Геометрическая волновая инженерия

# Обращение фокальных законов конических образующих как концептуальная основа Геометрической волновой инженерии

*Индуцированная фокальность и ступени верификации*

Хаустов Владимир Игоревич

ORCID: 0009-0007-3657-2309

Лаборатория геометрической волновой инженерии https://vihrihaosa.ru/

Лицензия: CC BY 4.0

Дата публикации: 6 июня 2026 года

DOI: 10.5281/zenodo.20476327

Научно-технический перевод с английского языка.

Редакция, адаптированная для русскоязычного инженера-исследователя.

Оригинал: Khaustov. V. Geometric Wave Engineering: Induced Focality, Constructive Families of Pseudo-Surfaces, Operative Pseudovolumes, and a Verification Ladder. https://doi.org/10.5281/zenodo.20476327

**Аннотация**

Настоящая работа впервые объединяет на уровне общей концепции ранее опубликованный корпус материалов по геометрической волновой инженерии (ГВИ), посвящённых конструктивно задаваемым псевдоповерхностям, рабочим псевдообъёмам и геометрии, ориентированной на управление распространением. Центральный концептуальный результат — явная формулировка принципа индуцированной фокальности. Фокальные зоны псевдоповерхностей ГВИ представляют собой не классические точечные фокусы стандартных квадрик, а внутренние области концентрации лучей или волн, возникающие при обратном использовании фокальных законов конических образующих.

В классических оптических системах фокусы эллипса, параболы или гиперболы находятся с рабочей стороны отражающей либо преломляющей поверхности и непосредственно участвуют в концентрации поля. В псевдоповерхностях ГВИ, напротив, соответствующие фокусы образующих, как правило, расположены вне рабочего псевдообъёма. Однако связанная с ними геометрическая информация сохраняется в форме образующей, локальных нормалях, распределении кривизны и законе зеркального отражения. В основных фокальных конструкциях ГВИ переменная отрицательная кривизна рассматривается как геометрическое условие переориентации фокального закона внутрь псевдообъёма. Поэтому классические фокальные законы не отменяются, а применяются в обратной конфигурации, формируя вместо обычных точечных фокусов внутренние кольцевые, дискообразные, осевые, парные или составные зоны концентрации.

В статье также проводится различие между псевдоповерхностями как конструктивными граничными объектами и псевдообъёмами как рабочими внутренними областями, полученными посредством интервальной интерпретации и объединения операцией Merge. Рассматриваются основные семейства — псевдогиперболоиды, псевдопараболоиды и псевдоэллипсоиды, — а также их вертикальные и горизонтальные разновидности, построения высших порядков, рядные и многорядные структуры. Ранее архивированные публикации представили отдельные элементы семейств и соответствующие процедуры разрозненно. Настоящая статья не заявляет повторно приоритет этих первых локальных публикаций, а объединяет их в единую концепцию и соотносит со ступенями верификации, которые принципиально отделяются от документального приоритета.

В рамках концепции выделяются три зависящих от образующей фокальных режима: кольцево-горловинная концентрация для псевдогиперболоидов, перераспределение по параболическим ветвям и экваториальному замыканию для псевдопараболоидов, а также организация внешних фокальных колец с K-инвариантным перемешиванием и разделением по J для псевдоэллипсоидов (критерии F и H).

*Ключевые слова: геометрическая волновая инженерия; ГВИ; индуцированная фокальность; обращение фокального закона; обратное использование фокальных законов; наследование фокальных свойств; переменная отрицательная кривизна; псевдоповерхность; псевдообъём; псевдогиперболоид; псевдопараболоид; псевдоэллипсоид; конструктивная геометрия; интервальная интерпретация; Merge; ступени верификации; документирование приоритета; горловиноподобные структуры; экваториальное замыкание.*

## Содержание

Аннотация ....2
1. Цель работы, документальный статус и заявление о приоритете ....4
2. Ранее опубликованные материалы и карта приоритета....5
2.1. Ранние публикации, составляющие документальную основу ....5
2.2. Карта документального приоритета....6
2.3. Матрица научных утверждений ....8
2.4. Границы документального приоритета автора в отношении геометрических семейств ....9
2.5. Границы заявления о новизне с учётом предшествующих исследований....9
3. Место ГВИ среди существующих научных направлений....10
4. Концептуальные основы индуцированной фокальности в ГВИ ....11
4.1. Классические фокусы и наследуемые фокальные законы....11
4.2. Вынесение фокальных данных вовне при вращении со смещением....11
4.3. Переменная отрицательная гауссова кривизна функционально активных участков.11
4.4. Операционное определение индуцированной фокальной зоны....12
4.5. Механизм на уровне закона отражения ....13
4.6. Псевдогиперболоиды как кольцевые и горловиноподобные системы индуцированной фокальности ....13
4.7. Псевдопараболоиды: параболические ветви и экваториальное замыкание....14
4.8. Псевдоэллипсоиды: перемешивание с K-инвариантом и разделение по J ....15
5. Конструктивные объекты: псевдоповерхности, псевдообъёмы и структура семейств....16
5.1. О термине «псевдоповерхность»....17
5.2. Псевдоповерхности как конструктивно задаваемые границы ....17
5.3. Псевдообъёмы как рабочие области ....19
6. Построения высших порядков, интервальная интерпретация, Merge и рядные системы19
7. Определяющие уравнения в псевдообъёмах и физические наблюдаемые....21
8. Ступени верификации и ранее полученные данные лучевого уровня....22
8.1. Ступени верификации C1–C8....22
8.2. Статус и ограничения ранее полученных результатов C2....23
9. Заявленный вклад, границы документирования и явные исключения из заявлений ....24
9.1. Утверждения, заявляемые в настоящей работе ....24
9.2. Ранее опубликованные результаты, приоритет которых не заявляется повторно ....25
9.3. Утверждения, которые настоящая работа не делает ....25
9.4. Необходимые последующие проверки ....26
10. Заключение....26
Литература....27

## 1. Цель работы, документальный статус и заявление о приоритете

Настоящий препринт служит документом, фиксирующим приоритет и синтез общей концепции. Он не предназначен для замены ранее опубликованных рукописей Zenodo, в которых впервые были представлены основные геометрические семейства, механизмы их построения и отдельные сравнительные расчётные результаты корпуса ГВИ. Задача настоящей работы конкретнее: в одном пригодном для цитирования документе отделить ранее опубликованные сведения от утверждений, впервые формулируемых здесь на уровне общей концепции, и от вопросов, требующих последующей верификации.

Структура приоритета корпуса ГВИ носит накопительный характер. Более ранние публикации Zenodo с фиксированными датами содержат первое документальное раскрытие главных элементов: псевдогиперболоидов, псевдопараболоидов и псевдоэллипсоидов высших порядков, внутренних областей, задаваемых операцией Merge, кольцево-локализованных псевдогиперболических состояний, наследования фокальных свойств при вращении со смещением, а также сравнительного лучевого исследования псевдогиперболоидов второго порядка вертикального и горизонтального типов. Настоящий препринт не отменяет, не заменяет и не присваивает повторно приоритет этих публикаций.

Для документальной определённости следует подчеркнуть: ранний корпус не ограничивается отдельными примерами. В совокупности он фиксирует первые раскрытия автором конструктивно определённых семейств псевдогиперболоидов, псевдопараболоидов и псевдоэллипсоидов второго и высших порядков, в том числе вертикальных и горизонтальных типов там, где это применимо, рядных и многорядных конструкций, рабочих внутренних областей, задаваемых Merge, а также пересекающихся и непересекающихся вариантов, когда они прямо описаны в соответствующих работах. Настоящий препринт не превращает эти ранние раскрытия в новые требования приоритета, а впервые сводит в одном документе их общую концепцию, документальные границы, терминологию и принципы оценки доказательств.

Приоритетные утверждения настоящей статьи отличаются по своему характеру от ранних заявлений о приоритете отдельных семейств. Они относятся к общеконцептуальному, а не семейному уровню. Главный тезис — первое явное объединение ранее разрозненного корпуса в единое научное направление «Геометрическая волновая инженерия» с согласованными терминологией, границами документального приоритета, дисциплиной формулирования утверждений и последовательными ступенями верификации.

Основное приоритетное утверждение общего уровня — первое явное определение индуцированной фокальности как концептуальной основы ГВИ. В такой постановке псевдоповерхности ГВИ действуют не посредством размещения классических точечных фокусов внутри рабочей области. Вместо этого фокальные законы конических образующих используются в обратной конфигурации: классические фокусы образующей находятся вне рабочего псевдообъёма, а связанная с ними геометрическая информация сохраняется в нормалях, поле кривизны и законе отражения построенной границы. Переменная отрицательная кривизна в основных конструкциях рассматривается как геометрическое условие, направляющее этот унаследованный закон внутрь. Возникающие внутренние фокальные структуры представляют собой индуцированные зоны концентрации, а не обычные фокусы стандартных квадрик.

Это разграничение имеет и научное, и документальное значение. Без него корпус можно ошибочно принять либо за набор не связанных друг с другом препринтов, либо за

попытку заново установить приоритет ранее опубликованных семейств. Настоящая работа не делает ни того, ни другого; её функция — консолидация.

Без такого концептуального уточнения все материалы могут восприниматься лишь как собрание необычных геометрических форм или полостей. Поэтому препринт закрепляет не только документальную консолидацию, но и общий научный принцип: псевдоповерхности ГВИ наследуют фокальные законы своих конических образующих и применяют их с обратной стороны при переменной отрицательной кривизне для организации распространения внутри рабочих псевдообъёмов.

Документальный приоритет необходимо отделять от статуса верификации. Приоритет относится к датированному раскрытию терминологии, структуры семейств, методов построения и логики задания рабочей области. Статус верификации характеризует последующую степень доказательной зрелости — от формулировки конструкции до лучевой, скалярно-волновой, полноволновой, устойчивостной, подсистемной и экспериментальной проверки.

Научный статус документа намеренно ограничен. Здесь определяются конструктивные объекты, устанавливаются допустимые уровни доказательств, обобщаются отдельные ранее полученные сравнительные результаты и явно указывается, что не заявляется. Полноволновая верификация во всех физических областях не объявляется завершённой, а данные лучевого уровня не выдаются за её замену.

## 2. Ранее опубликованные материалы и карта приоритета

### 2.1. Ранние публикации с фиксированной датой, составляющие документальную основу

Настоящая общеконцептуальная работа опирается на следующие ранние публикации Zenodo с фиксированными датами:

Khaustov, V. Higher-Order Pseudohyperboloids with the Merge Operation: A Geometric Foundation for Programmable Wave Confinement. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.19926174.

Khaustov, V. Geometric Wave Engineering of Ring-Localized States in Open Pseudo-Hyperbolic Cavities. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.19944381.

Khaustov, V. Geometric Wave Engineering: Pseudo-Surfaces of Variable Negative Gaussian Curvature as a Geometric Basis for Programmable Wave Control. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.19983291.

Khaustov, V. Geometric Wave Engineering. Theory of Higher-Order Pseudoparaboloids. Volume 1. Constructive Geometry: Recursive Constructions and Computational Apparatus. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.20022183.

Khaustov, V. Geometric Wave Engineering. Theory of Higher-Order Pseudohyperboloids. Volume 1. Constructive Geometry: Recursive Constructions and Computational Apparatus. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.20058260.

Khaustov, V. Geometric Wave Engineering. Theory of Higher-Order Pseudoellipsoids. Volume 1. Constructive Geometry: Recursive Constructions and Computational Apparatus. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.20274309.

Khaustov, V. Double Inheritance of the Focal Property under Offset Rotation. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.20357894.

Khaustov, V. Geometric Wave Engineering: Comparative Ray-Level Verification of Second-Order Pseudohyperboloids of the Vertical and Horizontal Types. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.20458014.

Настоящий препринт не заменяет указанные публикации. За ними сохраняется статус первых документальных раскрытий соответствующих семейств, механизмов, особенностей поведения и результатов конкретных сравнительных испытаний.

В совокупности эти датированные материалы составляют документальную предысторию геометрии, управления с помощью кривизны, наследования фокальных свойств и отдельных эффектов лучевой динамики. Однако в них ещё не была дана единая явная формулировка концептуального принципа, объединяющего перечисленные элементы. Настоящая работа восполняет этот пробел, определяя индуцированную фокальность, обращение фокального закона и переменную отрицательную кривизну как общую концептуальную основу ГВИ.

### 2.2. Карта документального приоритета

**Таблица 1. Карта документального приоритета корпуса ГВИ.**

| Элемент корпуса | Первый документальный источник | Заявлен здесь повторно? | Роль в настоящем препринте |
|---|---|---|---|
| Псевдогиперболоиды высших порядков | Zenodo 19926174; подробное рассмотрение семейства: 20058260 | Нет | Ранее опубликованное раскрытие семейства |
| Псевдопараболоиды высших порядков | Zenodo 20022183 | Нет | Ранее опубликованное раскрытие семейства |
| Псевдоэллипсоиды высших порядков | Zenodo 20274309 | Нет | Ранее опубликованное раскрытие семейства |
| Внутренние области, определяемые Merge | Zenodo 19926174 | Нет | Ранее опубликованный конструктивный механизм |
| Кольцево-локализованные псевдогиперболические состояния | Zenodo 19944381 | Нет | Ранее опубликованный результат об особенностях поведения |
| Псевдоповерхности переменной отрицательной кривизны | Zenodo 19983291 | Нет | Ранее опубликованная геометрическая предпосылка управления с помощью кривизны |
| Наследование фокальности при вращении со смещением | Zenodo 20357894 | Нет | Ранее опубликованный механизм фокального проектирования |
| Сравнительное лучевое испытание | Zenodo 20458014 | Нет | Ранее опубликованное испытание конкретного |

| | | | |
|---|---|---|---|
| вертикальных и горизонтальных псевдогиперболоидов второго порядка | | | случая, уровень C2 |
| Индуцированная фокальность как концептуальная основа ГВИ | Настоящий препринт; предыстория: Zenodo 19983291 и 20357894 | Да, на уровне концепции | Основное концептуальное приоритетное утверждение |
| Обратное использование фокальных законов конических образующих | Настоящий препринт; предыстория: Zenodo 20357894 | Да, на уровне концепции | Уточнение механизма |
| Переменная отрицательная кривизна как условие направления фокального закона внутрь псевдообъёма | Настоящий препринт; предыстория: Zenodo 19983291 | Да, на уровне концепции | Геометрическое уточнение механизма |
| Различие классических точечных фокусов и индуцированных фокальных зон | Настоящий препринт | Да | Основное концептуальное разграничение |
| Критерий F: проверка зависимости фокальной зоны от образующей | Настоящий препринт | Да | Основное опровержимое предсказание |
| Объединение ГВИ на уровне общей концепции | Настоящий препринт | Да | Основное утверждение настоящей работы |
| K-инвариантное перемешивание и тороидальное J-разделение псевдоэллипсоидов | Настоящий препринт | Да, только обозначение направления | Критерий для будущего определения |
| Явное различие псевдоповерхности и псевдообъёма | Настоящий препринт | Да | Уточнение конструктивной границы и рабочей области |
| Интервальная интерпретация и Merge как переход от границы к области | Zenodo 19926174; настоящий препринт | Нет как локальный механизм; да как общая формулиро | Ранее опубликованный механизм, объединённый в концепции |

| | | вка | |
|---|---|---|---|
| Терминология, границы приоритета и ступени C1–C8 | Настоящий препринт | Да | Основное общеконцептуальное утверждение |

### 2.3. Матрица научных утверждений

**Таблица 2. Матрица утверждений.**

| Категория утверждения | Статус в препринте | Уровень доказательств | Документальный источник |
|---|---|---|---|
| Явная общая формулировка индуцированной фокальности | Заявляется здесь в объединённой форме | C1 | Настоящий препринт |
| Обратное использование фокальных законов конических образующих | Заявляется здесь в объединённой форме | C1 | Настоящий препринт |
| Отрицательная переменная кривизна как условие перенаправления закона внутрь | Заявляется здесь в объединённой форме | C1 | Настоящий препринт |
| Классические точечные фокусы и индуцированные зоны | Заявляется здесь | C1 | Настоящий препринт |
| Критерий F: зависимость фокальной зоны от образующей | Заявляется как проверяемое предсказание | C1: формулировка; C2+: проверка | Настоящий препринт |
| Критерий H: сокращение 8→4, K-перемешивание, J-разделение | Назван, но операционно не определён | C1 лишь для названия; определение отложено | Настоящий препринт |
| Явное различие псевдоповерхностей и псевдообъёмов | Заявляется здесь в объединённой форме | C1 | Настоящий препринт |
| Ступени верификации C1–C8 | Заявляются здесь | C1 | Настоящий препринт |
| Геометрия высших порядков отдельных семейств | Ранее опубликована | C1 | Ранние публикации Zenodo |
| Merge как механизм формирования рабочей области | Ранее опубликован | C1 | Ранние публикации |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | Zenodo |
| Кольцево-локализованное поведение полостей | Ранее опубликовано | Зависит от случая | Ранние публикации Zenodo |
| Сравнительный лучевой тест вертикального и горизонтального типов второго порядка | Ранее опубликован | C2 | Zenodo 20458014 |
| Полноволновая проверка всего корпуса | Не заявляется | C3–C8 в целом не установлены | Будущая работа |

Таким образом, документальная структура корпуса имеет не два, а три уровня. Ранние публикации содержат первое раскрытие основных геометрических семейств и локальных механизмов; настоящий препринт впервые объединяет их в явно названную исследовательскую программу; кроме того, в рамках этого синтеза впервые прямо формулирует индуцированную фокальность, обращение фокальных законов и переменную отрицательную кривизну как концептуальную связь между геометрией и управлением распространением.

### 2.4. Границы документального приоритета автора в отношении геометрических семейств

Область геометрических объектов, охваченная объединяемым здесь ранее опубликованным корпусом, включает конструктивно заданные семейства псевдогиперболоидов, псевдопараболоидов и псевдоэллипсоидов второго и высших порядков, вертикальные и горизонтальные типы там, где это применимо, рядные и многорядные конструкции и рабочие внутренние области, определяемые Merge. Сюда относятся также пересекающиеся и непересекающиеся варианты в той мере, в какой они прямо раскрыты в цитируемых работах.

Следовательно, настоящий препринт нельзя толковать как заявление приоритета лишь на абстрактное название концепции в отрыве от геометрических объектов. Ранние датированные публикации остаются документальным местом первоначального раскрытия перечисленных семейств и вариантов, тогда как настоящая работа впервые объединяет всю эту распределённую область на концептуальном уровне и составляет карту приоритета.

В корпусе работ автора эти объекты документированы как конструктивно определённые семейства, задаваемые явными правилами генерации, рекурсивной структурой, интервальной интерпретацией и, где применимо, обработкой Merge. Здесь они рассматриваются не как простое переименование известных квадрик, а как документально зафиксированный набор конструктивных семейств, общая концепция которого впервые излагается явно.

### 2.5. Границы заявления о новизне с учётом предшествующих исследований

Заявление о новизне данного корпуса является документальным и конструктивным, а не энциклопедически исчерпывающим. Автор не утверждает, что рассмотренные источники охватывают всю смежную математическую, геометрическую и инженерную литературу. Утверждается, что цитируемые датированные документы фиксируют явные авторские

конструктивные определения, терминологию, правила рекурсивной генерации, классификацию семейств и формализм рабочих областей для названных геометрических объектов.

Поэтому формулировки о новизне следует понимать в строгом смысле первого документального раскрытия внутри датированного корпуса автора и — где это прямо сказано — в пределах изученного им предшествующего массива публикаций. В этих границах указанные конструктивные семейства представлены как самостоятельные геометрические семейства, а не как стандартные общеизвестные классы поверхностей, уже описанные в рассмотренных источниках.

В тех же ограниченных рамках препринт заявляет новизну явной общеконцептуальной формулировки индуцированной фокальности и переменной отрицательной кривизны как геометрического условия использования фокальных законов конических кривых с обратной стороны внутри рабочих псевдообъёмов. Насколько известно автору по изученным предшествующим публикациям, такая формулировка ранее не приводилась в явном виде.

### 3. Место ГВИ среди существующих научных направлений

ГВИ пересекается с несколькими сложившимися областями, но не сводится ни к одной из них.

В отличие от метаповерхностей, отправной точкой ГВИ служит не программирование фазы на тонком субволновом интерфейсе, а аналитически генерируемая трёхмерная конструктивная геометрия и связанная с ней архитектура внутренней области.

В отличие от трансформационной оптики и трансформационной акустики, ГВИ не начинает построение преимущественно с проектирования материальных тензоров, получаемых координатными преобразованиями. Исходными здесь являются явная геометрия и рабочие области, определяемые границами, после чего выбирается конкретная физическая модель.

С физикой резонаторов ГВИ непосредственно соприкасается при рассмотрении псевдообъёмов с заданной кривизной как полостей, областей удержания, камер маршрутизации или селекторов спектра. Однако здесь не утверждается, что все такие функции уже подтверждены численно либо экспериментально для всего корпуса.

С лучевыми бильярдами и лучевым хаосом ГВИ связана применением трассировки как одного из допустимых уровней проверки отдельных геометрий. Лучевой анализ предоставляет доказательные данные, но его возможности ограничены; он не отменяет необходимости скалярно-волновой и полноволновой верификации.

По отношению к аналоговым волновым вычислениям ГВИ рассматривается только как потенциальный в более отдалённой перспективе язык проектирования геометрически закодированной маршрутизации или поведения, подобного действию операторов. Завершённые утверждения о работоспособности прикладных аналоговых вычислительных устройств здесь отсутствуют.

Таким образом, ГВИ не провозглашает ни нового фундаментального закона, ни универсальной новой материальной платформы. Её вклад — конструктивная геометрическая концепция, дисциплина научных доказательств и явно обозначенный механизм связи геометрии с управляемым распространением. Таким механизмом предлагается индуцированная фокальность: обратное использование фокальных законов

конических образующих при переменной отрицательной кривизне для формирования внутренних зон концентрации в рабочих псевдообъёмах. В таком понимании ГВИ не заменяет существующую физику волн, а предлагает геометрический язык проектирования распространения посредством границ.

## 4. Концептуальные основы индуцированной фокальности в ГВИ

### 4.1. Классические фокусы и наследуемые фокальные законы

Фокальное поведение в настоящей работе не отождествляется с физической доступностью классической фокальной точки. В более фундаментальном смысле коническая образующая передаёт фокальный закон — локальную организацию отражённых траекторий, определяемую полем нормалей образующей и законом зеркального отражения. В классических оптических и акустических конструкциях соответствующий фокус расположен с рабочей стороны поверхности и непосредственно участвует в концентрации. В конструкциях ГВИ отражательный закон конической кривой сохраняется, но заново используется при вращении со смещением, вследствие чего связанные с ним фокальные данные оказываются внешними относительно рабочего псевдообъёма. Возникает не классическая точечная фокусировка, а индуцированная внутренняя фокальная организация.

Эта интерпретация принципиальна для всего раздела. Фокус в ГВИ не обязан быть материальной точкой внутри устройства. Важнее, что граница псевдообъекта сохраняет коническую структуру нормалей, а следовательно, способность статистически направлять, удерживать или перераспределять лучевые траектории. Термин «индуцированная фокальность» обозначает не перенос классического фокуса внутрь псевдообъекта, а возникновение измеримой внутренней области повышенной плотности, обусловленной унаследованным внешним фокальным законом.

### 4.2. Вынесение фокальных данных вовне при вращении со смещением

Пусть $\Sigma$ — составная псевдоповерхность вращения, полученная вращением участка конической кривой C вокруг оси, не совпадающей с осью симметрии C. При таком вращении со смещением классические фокусы плоской образующей, как правило, не оказываются физически расположенными внутри рабочего псевдообъёма V, ограниченного $\Sigma$. Вместе с тем фокальная информация C геометрически сохраняется в границе благодаря локальным нормалям и унаследованному закону отражения.

После вращения точечные фокальные данные плоской образующей преобразуются в соответствующие пространственные фокальные множества. В зависимости от конического семейства и способа построения эти множества могут иметь кольцевую, осевую, дискообразную, горловиноподобную или составную форму. Таким образом, фокальная структура не исчезает, а выносится вовне и перераспределяется. Её действие внутри рабочего псевдообъёма проявляется не как действие классической геометрической точки, а как статистически определяемая область повышенной плотности траекторий или интенсивности волны.

### 4.3. Переменная отрицательная гауссова кривизна функционально активных участков

В основных фокальных конструкциях, рассматриваемых здесь, соответствующие отражающие участки границы характеризуются пространственно переменной отрицательной гауссовой кривизной. Если $K(x)$ — гауссова кривизна в точке $x \in \Sigma$, а $\kappa_1$ и $\kappa_2$ — главные кривизны, то

$$K(x) = \kappa_1(x) \cdot \kappa_2(x).$$

На функционально активном участке $\Sigma_active \subset \Sigma$ рабочее условие имеет вид

$K(x) < 0, x \in \Sigma_active \subset \Sigma.$

Здесь K изменяется по поверхности и не является постоянной. Отрицательная кривизна относится именно к гауссовой кривизне построенной трёхмерной границы, а не только к видимой вогнутости меридионального сечения. Замыкающие участки составной границы могут иметь кривизну другого знака и не рассматриваются как носители обсуждаемого фокального механизма.

В данном подходе переменная отрицательная гауссова кривизна на $\Sigma_active$ трактуется как геометрическое условие, позволяющее использовать унаследованный конический фокальный закон в обратной, «вывернутой» конфигурации и тем самым поддерживать индуцированную фокальность внутри рабочего псевдообъёма.

Здесь необходимо уточнить терминологию. Закон зеркального отражения из подраздела 4.5 локально зависит от единичной нормали образующей и, следовательно, от меридиональной кривизны образующей, но не непосредственно от гауссовой кривизны трёхмерной поверхности. Гауссова кривизна $K = \kappa_1 \cdot \kappa_2$ используется здесь не как непосредственный механизм отдельного отражения, а как глобальный геометрический признак класса конструкций. Условие $K < 0$ на $\Sigma_active$ характеризует седловую геометрию, в которой меридиональный закон отражения и азимутальная геометрия вращения действуют в противоположных направлениях; именно с такой конфигурацией в рамках предлагаемой концепции связывается обратное применение унаследованного фокального закона. Иными словами, отдельное отражение определяется меридиональной кривизной, а отрицательная гауссова кривизна характеризует класс поверхностей, на которых вынесенные наружу фокальные данные предположительно преобразуются во внутренние зоны концентрации. Количественное разграничение причинного вклада меридиональной и гауссовой кривизн остаётся одной из задач лучевой и волновой верификации раздела 8.

### 4.4. Операционное определение индуцированной фокальной зоны

Определение. Пусть $\Sigma$ — составная псевдоповерхность вращения, образованная участком конической кривой C, а V — ограниченный ею рабочий псевдообъём. Пусть F обозначает связанные с C фокальные данные: один или несколько фокусов либо иные значимые фокальные характеристики. Предполагается, что это множество полностью находится вне V или не совпадает с доступной внутренней областью точечной фокусировки.

Для заданного ансамбля источников S, класса граничных условий B и протокола усреднения A индуцированной фокальной зоной $Z \subset V$ называется любое подмножество псевдообъёма, в котором стационарная плотность траекторий $\rho_SBA(x)$ либо соответствующая мера волновой интенсивности превышает опорный уровень:

$\rho_SBA(x) > \kappa \cdot \bar{\rho}_SBA, \kappa > 1, x \in Z.$

Здесь $\bar{\rho}_SBA$ — опорная эргодическая или базовая плотность в V, $\kappa$ — выбранный порог превышения. Индекс SBA в полной записи отражает зависимость от источников S, граничных условий B и протокола усреднения A. Геометрия Z может быть кольцевой, осевой, дискообразной, горловиноподобной или составной — в зависимости от семейства конических кривых и типа построения.

Это определение является операционным, а не метафорическим: существование Z устанавливается измеряемым превышением явно заданного опорного уровня и потому в принципе может быть опровергнуто. Если при выбранных источниках и усреднении такая область Z не возникает, рассматриваемая конструкция не проходит проверку индуцированной фокальности на данном уровне моделирования.

### 4.5. Механизм на уровне закона отражения

Пусть C — гладкая образующая с единичной нормалью n(s) в точке, параметризованной координатой s. Луч с единичным вектором направления d отражается согласно закону зеркального отражения:

$$d' = d - 2(d \cdot n(s))\, n(s).$$

Для конических образующих семейство нормалей подчиняется фокальному закону соответствующей конической кривой. Поэтому отражённые траектории сохраняют организацию относительно фокальных данных F. Это локальное свойство не требует физической достижимости самой фокальной точки.

Когда C реализуется как псевдоповерхность вращения со смещением, унаследованный фокальный закон сохраняется, однако его классическое целевое множество оказывается вне рабочего псевдообъёма V. Поэтому многократные отражения уже не приводят к классической фокусировке в доступной точке, а статистически перераспределяют внутренние траектории, формируя внутри V области повышенной концентрации.

Таким образом, индуцированная фокальность предлагается здесь как рабочая гипотеза, а не как доказанная теорема. Предполагается, что она обусловлена совместным действием трёх факторов: (i) унаследованного конического закона отражения; (ii) вынесенных вовне фокальных данных; (iii) пространственно переменной отрицательной гауссовой кривизны на активных участках границы. В настоящем препринте это сочетание имеет статус общеконцептуальной гипотезы уровня C1; её количественное подтверждение требует лучевых, скалярно-волновых и полноволновых испытаний, указанных в разделе 8, и не объявляется уже полученным.

### 4.6. Псевдогиперболоиды как кольцевые и горловиноподобные системы индуцированной фокальности

Семейство псевдогиперболоидов представляет гиперболическую ветвь программы ГВИ. Его основная конструктивная особенность состоит в наследовании образующей гиперболического фокального закона; при этом классические фокусы плоской гиперболы после вращения со смещением не становятся доступными внутренними точечными фокусами. Вместо этого фокальные данные выносятся за пределы рабочего псевдообъёма, а их действие сохраняется посредством поля нормалей активных участков границы и закона зеркального отражения.

В полном меридиональном сечении по обе стороны оси вращения гиперболическая образующая имеет четыре классических фокуса (по два с каждой стороны оси); при вращении со смещением они попарно преобразуются в два внешних фокальных кольца, расположенных вне рабочего псевдообъёма.

Поэтому ожидаемая индуцированная фокальность псевдогиперболоида имеет не точечную, а кольцевую, горловиноподобную либо дискообразную форму. Для вертикального псевдогиперболоида второго порядка естественным рабочим кандидатом выступает экваториальная кольцевая зона вблизи радиуса R в центральной области

псевдообъёма. При лучевом исследовании её необходимо проверять не как заранее доказанный физический фокус, а как измеримую зону увеличения плотности траекторий или последовательных отражательных контактов.

Для вертикального типа такую тестовую область можно записать в виде

$$|x| \le a,\ |\rho - R| \le h_abs,\ \rho = \sqrt{(y^2 + z^2)}.$$

Для горизонтального типа соответствующая зона имеет иной вид: два тонких диска вблизи $y = +R$ и $y = -R$ радиуса a. Операционно это выражается как

$$||y| - R| \le h_abs,\ \rho \le a,\ \rho = \sqrt{(x^2 + z^2)}.$$

Следовательно, псевдогиперболоид — случай, для которого гипотеза индуцированной фокальности может быть заранее сформулирована в терминах фокального кольца или диска. Это ещё не означает доказанности волновой фокусировки: лучевой расчёт остаётся геометрической трассировкой и не учитывает фазу, длину волны, интерференцию, дифракцию и модовую структуру. Тем не менее именно для псевдогиперболоидов такая постановка наиболее непосредственно связывает внешние фокальные данные гиперболической образующей с измеримой внутренней областью повышенной плотности лучей.

В терминах критерия F псевдогиперболоид — наиболее прямой пример предлагаемой индуцированной фокальности. Внешние фокальные данные гиперболической образующей не превращаются во внутренние точки, но задают проверяемые внутренние зоны повышенной плотности траекторий. Для вертикального типа ожидается экваториальное кольцо или горловина, для горизонтального — пара дискообразных или концевых зон. Поэтому псевдогиперболоид целесообразно описывать как кольцево-горловинный селектор лучевых режимов, а не как обычный гиперболоид с внутренним точечным фокусом.

### 4.7. Псевдопараболоиды: параболические ветви и экваториальное замыкание

Семейство псевдопараболоидов образует параболическую ветвь ГВИ. В отличие от гиперболического случая, при котором заранее рассматриваются определённые кольцевые или дискообразные тестовые зоны, параболическая геометрия требует иного подхода к локализации. Конструкция включает зеркально связанные параболические ветви и центральное экваториальное замыкание. Фокальные сведения образующих по-прежнему выносятся за пределы рабочего псевдообъёма, но предполагаемое внутреннее перераспределение может происходить вдоль ветвей и в области экваториального соединения, а не в заранее фиксированном кольце.

В полном меридиональном сечении соответствующие параболические ветви имеют четыре фокуса, которые при вращении со смещением попарно порождают два внешних фокальных кольца. Однако их влияние не следует механически приравнивать к концентрирующей роли фокальных колец псевдогиперболоида: фокальный закон параболы и способ соединения ветвей задают собственный характер отражательной организации.

Особого внимания требует параметр h_abs. В конструктивном описании псевдопараболоида он является геометрическим параметром самой формы: определяет разделение параболических ветвей и радиус экваториального полутороидального замыкания. Это принципиально отличается от расчёта псевдогиперболоида, где h_abs может означать ширину проверяемой фокальной зоны.

Поэтому индуцированную фокальную зону псевдопараболоида нельзя задавать заранее. Корректная процедура состоит в трассировке лучей, построении карты плотности траекторий либо отражательных контактов, автоматическом поиске максимума и последующей классификации обнаруженных зон: боковые параболические ветви, окрестности их вершин, экваториальное замыкание, полярные зоны либо внутренние области псевдообъекта.

В таком случае псевдопараболоид выступает не кольцевым фокусатором, а перераспределителем лучевой плотности между параболическими ветвями и экваториальным замыканием. В рамках критерия F индуцированная фокальность может считаться установленной только после эмпирической проверки области Z. Ссылка на наличие параболической образующей сама по себе недостаточна. Необходимо показать, что при явно заданных источниках, граничных условиях и протоколе усреднения действительно возникает область увеличенной плотности внутри рабочего псевдообъёма:

$\rho_SBA(x) > \kappa \cdot \bar{\rho}_SBA, \kappa > 1.$

Ожидаемые кандидаты — не классические точки фокусировки, а распределённые зоны: параболические ветви, участки вблизи разнесённых вершин, экваториальное полутороидальное замыкание, а при некоторых нормировках — небольшие полярные области. Такая постановка предотвращает методологическую ошибку искусственного переноса фокальной зоны из семейства псевдогиперболоидов на семейство псевдопараболоидов.

### 4.8. Псевдоэллипсоиды: перемешивание с K-инвариантом и разделение по J

Семейство псевдоэллипсоидов представляет эллиптическую ветвь программы ГВИ. В отличие от псевдогиперболоидов с предполагаемыми кольцево-горловинными или дискообразными зонами и псевдопараболоидов с организацией вдоль ветвей и экваториального замыкания, псевдоэллипсоиды требуют самостоятельной постановки. Наследование фокальности здесь нельзя понимать как перенос классических фокусов эллипса во внутренние точки концентрации.

Полное меридиональное сечение псевдоэллипсоида второго порядка образуют четыре эллиптических участка: два нижних и два зеркально-сопряжённых верхних. Каждый участок имеет два классических фокуса; поэтому полное плоское сечение содержит восемь фокальных точек. При вращении вокруг оси построения верхние и нижние фокусы с одинаковой осевой координатой описывают одно и то же кольцо. Следовательно, восемь фокусов двумерного сечения попарно сокращаются до четырёх внешних фокальных колец трёхмерного псевдоэллипсоида:

$$8 \text{ фокусов в } 2D \rightarrow 4 \text{ внешних фокальных кольца в } 3D.$$

Эти четыре кольца находятся за пределами рабочего псевдообъёма V. Они не являются внутренними концентраторами и не задают точки, в которые непременно должны сходиться лучи. Их функция — формировать внешнюю фокально-геометрическую структуру поверхности, связанную с эллиптическим происхождением образующих и полем нормалей активных участков. Следовательно, псевдоэллипсоид следует рассматривать не как обычный эллипсоид с внутренними фокусами, а как псевдоповерхность с внешней фокальной структурой.

При переходе от меридионального сечения к трёхмерной полости возникает дополнительный механизм — разделение траекторий по осевому моменту импульса J. Внутренняя динамика псевдоэллипсоида поэтому может включать меридиональные,

смешанные и винтовые либо кольцевые классы траекторий. Для псевдоэллипсоидов естественным становится не критерий F с заранее назначенной зоной концентрации, а отдельный критерий H, связанный с внешним фокальным преобразованием 8 → 4, перемешиванием с K-инвариантом и разделением по тороидальному угловому моменту J.

Критерий H вводится здесь только как название направления будущих исследований; замкнутого операционного определения в настоящем препринте ему не даётся. В отличие от критерия F, операционно заданного порогом концентрации в подразделе 4.4, критерий H предполагает совместное описание внешнего фокального преобразования 8 → 4, перемешивания с K-инвариантом и разделения по J. Формальное определение, включая соответствующие инварианты, статистические показатели и протокол опровержения, отнесено к отдельной будущей работе. Завершённая операционная проверка критерия H здесь не заявляется.

Тем самым псевдоэллипсоиды образуют третий самостоятельный случай индуцированной фокальности в ГВИ. Если псевдогиперболоиды описываются как кольцево-горловинные селекторы лучевых режимов, а псевдопараболоиды — как перераспределители по параболическим ветвям и экваториальному замыканию, то псевдоэллипсоиды следует характеризовать как псевдоповерхности с внешними фокальными кольцами, K-инвариантным перемешиванием и J-организацией внутренних траекторий. Подробная лучевая динамика, фазовые карты, показатели хаотичности и последующая волновая верификация относятся к самостоятельным исследованиям.

**Таблица 3. Семейства ГВИ: типы индуцированной фокальности.**

| Семейство | Образующая | Фокальное преобразование 2D → 3D | Внутренний механизм | Критерий |
|---|---|---|---|---|
| Псевдогиперболоиды | Гиперболический сегмент | 4 фокуса → 2 внешних кольца; фокусы → кольцево-горловинная структура | Кольцевые, горловиноподобные, дискообразные зоны | Критерий F |
| Псевдопараболоиды | Две зеркально связанные параболические ветви | 4 фокуса → 2 внешних кольца; распределение по ветвям | Перераспределение по ветвям и экваториальному замыканию | Критерий F; поиск Z по данным |
| Псевдоэллипсоиды | Четыре зеркально-сопряжённых эллиптических сегмента | 8 фокусов → 4 внешних кольца | K-инвариантное перемешивание и разделение по тороидальному J | Критерий H |

## 5. Конструктивные объекты: псевдоповерхности, псевдообъёмы и структура семейств

В данном разделе вводятся основные конструктивные объекты геометрической волновой инженерии и уточняется их взаимосвязь. Различаются псевдоповерхности как геометрически генерируемые граничные объекты и псевдообъёмы как рабочие

внутренние области лучевого и волнового анализа. Рассматриваемая структура включает псевдогиперболоиды, псевдопараболоиды и псевдоэллипсоиды с ориентационными разновидностями, а там, где это применимо, рекурсивными расширениями высших порядков, рядными системами и внутренними областями, задаваемыми Merge. Эти объекты понимаются не как изолированные необычные формы или переименованные квадрики из учебников, а как воспроизводимые конструктивные семейства с явными правилами построения и рабочей интерпретацией.

### 5.1. О термине «псевдоповерхность»

Термин «псевдоповерхность» не означает ложную, приближённую или дефектную поверхность. Он введён по аналогии с псевдосферой Бельтрами (Beltrami, 1868) — классической поверхностью постоянной отрицательной гауссовой кривизны. В ГВИ эта аналогия распространяется с частного случая постоянной отрицательной кривизны на конструктивные семейства, у которых поле кривизны пространственно переменно и определяется явным правилом построения, а не сохраняется постоянным всюду.

Рассматриваемые семейства строятся по гиперболическим, параболическим и эллиптическим законам образующих, порождая соответственно псевдогиперболоиды, псевдопараболоиды и псевдоэллипсоиды. Приставка «псевдо-» подчёркивает связь с привычными геометрическими типами, но не тождественность неизменённым стандартным квадрикам. Здесь объекты определяются конструктивно — через логику семейств, варианты ориентации, правила рекурсивного расширения и, при необходимости, интервальное объединение операцией Merge.

Другая причина применения этого термина состоит в том, что геометрия ГВИ рассматривается не как исключительно описательная внешняя форма, а как активная архитектура управления лучевыми траекториями, временем пребывания, зонами локализации и, на следующих стадиях проверки, поведением волнового поля. Поэтому на протяжении датированного авторского корпуса «псевдоповерхность» используется в конкретном конструктивно-документальном значении применительно к указанным семействам, а не ко всем поверхностям переменной кривизны вообще.

Активная роль геометрии в настоящей концепции уточняется посредством индуцированной фокальности. Псевдоповерхность задаётся не только внешним сходством с гиперболоидом, параболоидом или эллипсоидом. Её рабочее значение связано с наследуемым фокальным законом исходной образующей и направлением действия этого закона внутрь псевдообъёма. Приставка «псевдо-» отмечает также, что классическое фокальное поведение конической кривой применяется не в обычной учебной конфигурации, а преобразуется в индуцированную внутреннюю фокальную структуру.

Таким образом, рассматриваемая новизна касается не самого существования поверхностей переменной кривизны, давно известных геометрии, а явного введения и документального закрепления конкретных семейств вместе с правилами их генерации, типологией, рекурсивным развитием и рабочей интерпретацией для задач волновой инженерии.

### 5.2. Псевдоповерхности как конструктивно задаваемые границы

Первоначально псевдоповерхность в ГВИ понимается как граничный объект, полученный по явному правилу соответствующего семейства. На базовом уровне семейства начинаются с конструкций второго порядка, задаваемых гиперболическим, параболическим либо эллиптическим законом и выбранной ориентацией. Псевдоповерхности высших порядков затем получают рекурсивной генерацией ветвей,

смещением, отражением или другими характерными для семейства процедурами. Следовательно, псевдоповерхность — не просто законченная классическая форма, а элемент конструктивной системы, порождающий границу.

Структура семейств упорядочена по закону образующей (гиперболический, параболический, эллиптический), типу ориентации (например, вертикальный и горизонтальный, где применимо) и порядку (второй и высшие). Её можно расширять рядными и многорядными построениями, преобразуя отдельные граничные объекты в составные геометрические системы. Принадлежность к семейству определяется не поверхностным сходством с известной квадрикой, а воспроизводимым построением по явным правилам принятого конструктивного формализма.

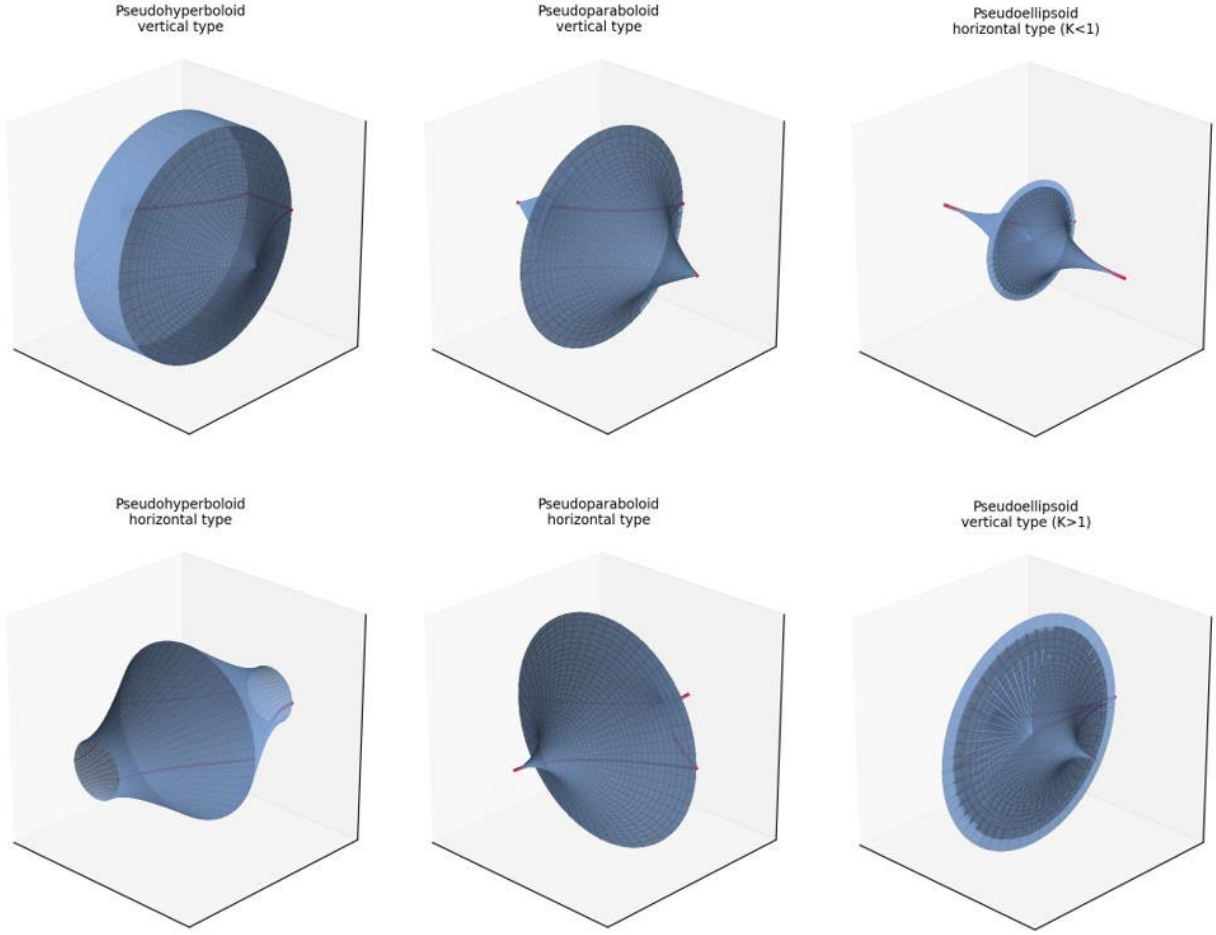


**Рисунок 1. Характерная тройка геометрических семейств ГВИ: псевдогиперболоиды, псевдопараболоиды и псевдоэллипсоиды, представленные вертикальными и горизонтальными типами, а также соответствующим понятием внутреннего псевдообъёма.**

Псевдоповерхности как граничные объекты создают геометрическую основу последующей рабочей интерпретации. Однако одно только описание границы ещё не исчерпывает физически значимый объект. Это особенно существенно для построений высших порядков и многоветвевых конструкций, в которых исходное множество ветвей может содержать перекрывающиеся, пересекающиеся или разобщённые участки, рабочий смысл которых проясняется лишь после интервальной интерпретации. Поэтому

псевдоповерхность следует считать конструктивным описанием границы геометрии, физически пригодный вид которой завершается на уровне псевдообъёма.

При этом граница не является динамически нейтральной. Будучи образованной по закону конической кривой, она сохраняет фокальную информацию в нормалях, распределении кривизны и структуре отражений. Рабочая функция псевдоповерхности состоит не только в ограничении области, но и в формировании геометрически организованной архитектуры распространения внутри связанного с ней псевдообъёма. В терминологии настоящего препринта именно здесь, на уровне границы, берёт начало индуцированная фокальность.

### 5.3. Псевдообъёмы как рабочие области

Псевдообъём — рабочая внутренняя область, соответствующая псевдоповерхности после конструктивной интерпретации. В ГВИ эта область не определяется просто как наивно понимаемая внутренность обычной замкнутой поверхности. Пересечения ветвей интерпретируются как интервалы вдоль соответствующей прямой или направления сканирования, после чего перекрывающиеся либо соприкасающиеся интервалы объединяются операцией Merge. Полученное объединение определяет внутреннюю область, используемую затем при анализе распространения.

Это различие принципиально, поскольку многие конструкции ГВИ на уровне описания границ являются открытыми, рекурсивными, многоветвевыми либо составными. Без интервальной интерпретации и Merge они оставались бы неполными в качестве рабочих областей. После выполнения этих процедур они становятся псевдообъёмами — ограниченными или эффективно ограниченными внутренними областями, где можно содержательно изучать траектории, статистику времени пребывания, локализацию, фокальные режимы и впоследствии волновые поля.

Таким образом, псевдоповерхности и псевдообъёмы образуют взаимосвязанную конструктивную концепцию. Псевдоповерхность задаёт закон формирования границы, а псевдообъём — область постановки стандартных лучевых и волновых уравнений. Структура семейств распространяется на оба уровня: каждому семейству псевдоповерхностей посредством интервальной интерпретации и объединения Merge соответствует семейство рабочих псевдообъёмов. Построения высших порядков, интервальная интерпретация, Merge и рядные системы подробно рассматриваются в разделе 6.

Функциональная направленность каждого семейства — псевдогиперболоиды как кольцево-горловинные селекторы, псевдопараболоиды как перераспределители по ветвям и экваториальной зоне, псевдоэллипсоиды как поверхности с внешними фокальными кольцами и K-инвариантным перемешиванием — разъясняется через индуцированную фокальность в разделе 4.

## 6. Построения высших порядков, интервальная интерпретация, Merge и рядные системы

В разделе 5 псевдоповерхности были введены как конструктивные границы, а псевдообъёмы — как рабочие области. Теперь рассмотрим переход между этими уровнями посредством построений высших порядков, интервальной интерпретации образованных ветвей и их объединения Merge в физически пригодные внутренние области.

На общеконцептуальном уровне построение высших порядков можно представить схематически. Пусть d(ξ) обозначает радиальную полуширину образующего профиля

второго порядка при меридиональной координате ξ. Тогда множество ветвей второго порядка имеет вид

$$B_2(\xi) = \{ d(\xi) \}.$$

Пусть R(k−1) — параметр радиального смещения, вводимый на следующем рекурсивном уровне, а r — элемент множества ветвей предыдущего порядка $B_k(\xi)$. Тогда множество ветвей следующего порядка схематически записывается так:

$$B_{k+1}(\xi) = \{ R(k-1) + r, R(k-1) - r : r \in B_k(\xi) \}, k \geq 2.$$

Принципиально важно, что формально построенное множество ветвей ещё не является окончательным физическим сечением. Сначала полученные ветви необходимо интерпретировать как интервалы. Перекрывающиеся или соприкасающиеся интервалы затем объединяются операцией Merge, формируя пригодное для использования внутреннее сечение псевдообъёма.

В соответствии с этим ГВИ различает три уровня конструктивного определения:

- формальная рекурсивная генерация ветвей;
- интервальная интерпретация множества ветвей;
- рабочая внутренняя область, определяемая объединением Merge.

Это трёхуровневое разграничение не является чисто терминологическим. Именно оно объясняет применение понятия «псевдообъём»: без интервальной интерпретации и Merge само по себе множество ветвей ещё не определяет физически пригодную область распространения.

Тот же принцип распространяется на рядные системы и связанные массивы. Порядок n определяет глубину рекурсии, а рядный параметр m — число номинально связанных элементов, размещаемых до окончательной интерпретации и объединения. Поэтому видимую в трёхмерном представлении поверхность корректнее понимать как границу объединённой рабочей области, а не как набор изолированных классических квадрик.

Схематический пример генерации ветвей высших порядков, интервальной интерпретации и формирования псевдообъёма операцией Merge приведён на рисунке 2.

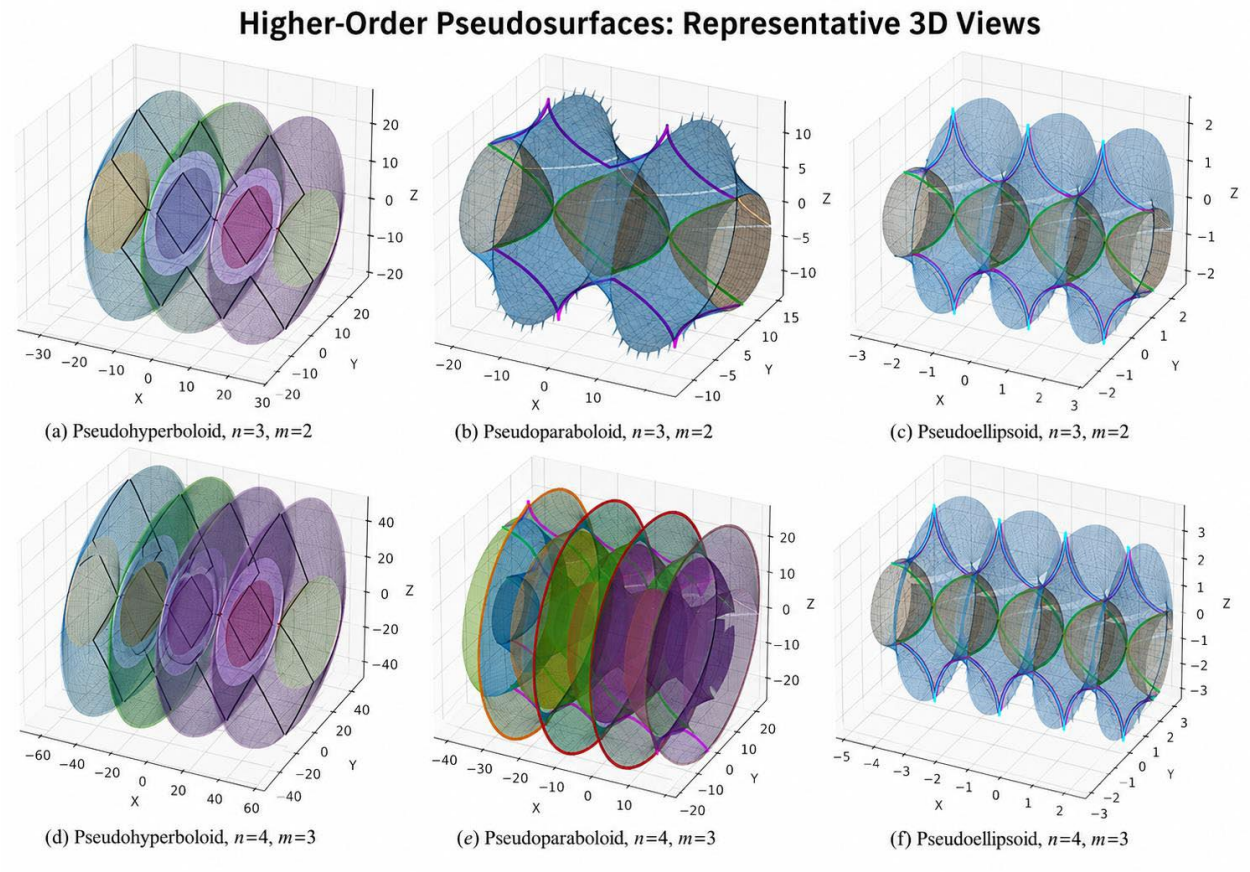


**Рисунок 2. Характерные трёхмерные виды псевдоповерхностей высших порядков: столбцы соответствуют псевдогиперболоидам, псевдопараболоидам и псевдоэллипсоидам; верхний ряд показывает порядок n = 3 при m = 2 рядах, нижний — порядок n = 4 при m = 3 рядах. Примеры построены по представленным скриптам генерации высших порядков и демонстрируют границы объединённого внутреннего псевдообъёма.**

## 7. Определяющие уравнения в псевдообъёмах и физические наблюдаемые

Физические уравнения, применяемые в ГВИ, являются стандартными уравнениями, поставленными в псевдообъёмах, полученных на основе конструктивных псевдоповерхностей. В приводимых обозначениях Ω — рабочий псевдообъём, Γ — его конструктивная граница. Настоящий препринт не вводит нового определяющего физического закона: он задаёт геометрическую концепцию, к которой можно применять существующие лучевые, скалярно-волновые, акустические и электромагнитные модели.

Для скалярного волнового поля u в области Ω с границей Γ характерная модель имеет вид:

$$\nabla^2 u + k_0^2 \, n_{eff}^2(r, \omega) \, u = 0 \text{ в } \Omega,$$

с соответствующими граничными условиями на Γ.

Для акустического давления p можно записать:

$$\nabla \cdot ((1 / \rho(r)) \nabla p) + (\omega^2 / B(r)) \, p = 0.$$

Для электромагнитного поля характерная консервативная формулировка имеет вид:

$$\nabla \times (\mu^{-1}(r, \omega) \nabla \times E) - \omega^2 \, \varepsilon(r, \omega) \, E = 0.$$

Во всех случаях геометрия входит в постановку через рабочую область Ω, границу Γ, порты или отверстия и расположение источников. Здесь не утверждается, что геометрия во всех применениях способна заменить свойства материалов; она рассматривается как основная, явно задаваемая переменная управления.

К числу характерных физических наблюдаемых, подлежащих проверке на последующих этапах, относятся:

- индуцированная фокальная концентрация в заданной области, включая кольцевые, стыковые кольцевые, осевые, парные, дискообразные и составные зоны, предсказанные по типу образующей;
- контраст маршрутизации между целевыми и нежелательными каналами;
- спектральная селективность и модовая структура;
- добротность удержания Q;
- направленность, расходимость и структура излучения;
- устойчивость к допускам, возмущениям и потерям.

Эти наблюдаемые относятся преимущественно к последующим уровням верификации и не объявляются уже установленными для всего корпуса.

## 8. Ступени верификации и ранее полученные данные лучевого уровня

Предлагаемые в настоящем разделе ступени верификации не являются ступенями документального приоритета. Последний устанавливается датированным публичным раскрытием, тогда как ступени верификации характеризуют степень доказательной зрелости утверждений после раскрытия.

### 8.1. Ступени верификации C1–C8

Для соразмерности научных заявлений фактическим доказательствам в ГВИ применяется следующая система.

**Таблица 4. Ступени верификации.**

| Уровень | Содержание |
|---|---|
| C1 | Геометрия и рабочая область ясно и воспроизводимо определены |
| C2 | Лучевое поведение или поведение модели пониженного порядка воспроизводимо продемонстрировано |
| C3 | Получено качественное подтверждение в скалярно-волновой модели |
| C4 | Получено количественное согласие в скалярно-волновой модели |
| C5 | Выполнена полноволновая симуляция для конкретной физической области |
| C6 | Оценена устойчивость к возмущениям, потерям и допускам |
| C7 | Продемонстрирована интегрированная подсистема |
| C8 | Получено экспериментальное подтверждение |

Для единой концепции настоящий препринт заявляет уровень C1, а отдельные доказательства C2 наследует из ранее опубликованного сравнительного лучевого исследования псевдогиперболоидов второго порядка. Общий статус C3–C8 для всего корпуса здесь не заявляется.

Внутри настоящей концепции индуцированная фокальность имеет собственную последовательность проверки. На уровне C1 конструктивно задаются коническая образующая, расположение её классического фокального множества и предсказанная индуцированная фокальная зона. На уровне C2 трассировка должна показать повышенную плотность траекторий, особенности времени пребывания или эквивалентную концентрацию пониженного порядка в предсказанной зоне. На уровнях C3–C5 скалярно-волновое или полноволновое моделирование должно воспроизвести соответствующую структуру концентрации поля. На уровне C6 и выше становятся существенными устойчивость, реализация подсистемы и экспериментальная проверка.

Важнейшее условие опровержимости на уровне концепции — критерий F: замена конической образующей при сопоставимых источниках и граничных условиях должна изменять геометрию индуцированной фокальной зоны в соответствии с фокальным законом этой образующей. Именно такой критерий позволяет отличить индуцированную фокальность от общего поведения полостей, резонаторов и мод шепчущей галереи.

Для семейства псевдоэллипсоидов соответствующая проверка связана не с критерием F, а с критерием H, операционное определение которого отложено до будущей работы (подраздел 4.8); следовательно, результаты уровня C2 или выше по критерию H здесь не заявляются.

Терминология корпуса, архитектура семейств и различие псевдоповерхностей и псевдообъёмов устанавливаются на документальном и конструктивном уровнях. Более высокие аналитические, численные и физические уровни проверки относятся к конкретным утверждениям; нельзя автоматически распространять одинаковый уровень подтверждения на все элементы ГВИ.

Различие между индуцированной фокальностью и общим поведением резонаторов либо мод шепчущей галереи операционно задаётся критерием F (раздел 4).

### 8.2. Статус и ограничения ранее полученных результатов C2

Значение ранее опубликованного сравнительного исследования на уровне общей концепции определяется не отдельным численным показателем самим по себе. Оно состоит в том, что одно и то же конструктивное семейство уже демонстрирует селекцию фазового пространства, зависящую от ориентации, в рамках единого протокола лучевого анализа. Это поддерживает более узкое утверждение: некоторые геометрические формы ГВИ не являются динамически нейтральными границами. Их построение с заданной кривизной может организовывать лучевые траектории в предпочтительных областях псевдообъёма. В терминологии настоящей работы это составляет контекстное доказательство уровня C2, согласующееся с гипотезой индуцированной фокальности. Однако полная проверка зависимости от типа образующей для гиперболических, параболических и эллиптических семейств остаётся задачей будущих исследований.

## 9. Заявленный вклад, границы документирования и явные исключения из заявлений

### 9.1. Утверждения, заявляемые в настоящей работе

Настоящий препринт заявляет приоритет лишь в следующем строго определённом общеконцептуальном смысле. Он впервые объединяет в одном документе распределённый корпус ГВИ, более ранние датированные публикации которого уже содержат первые авторские раскрытия конструктивно определённых псевдогиперболоидов, псевдопараболоидов и псевдоэллипсоидов второго и высших порядков, включая применимые вертикальные и горизонтальные типы, рядные и многорядные построения, рабочие внутренние области, определяемые Merge, и пересекающиеся или непересекающиеся разновидности, прямо описанные в соответствующих работах. Следовательно, настоящее утверждение касается объединения ранее раскрытой геометрической области на уровне общей концепции, а не повторного первого раскрытия семейств.

В частности, препринт заявляет приоритет:

- явной общеконцептуальной формулировки индуцированной фокальности как основы геометрической волновой инженерии;
- явной формулировки обратного использования фокальных законов конических образующих как механизма, посредством которого внешние классические фокальные структуры индуцируют внутренние зоны концентрации в рабочих псевдообъёмах;
- явного общеконцептуального утверждения, что в основных фокальных конструкциях ГВИ переменная отрицательная кривизна представляет собой геометрическое условие переориентации наследуемого фокального закона внутрь псевдообъёма;
- явного разграничения классических точечных фокусов стандартных квадрик и индуцированных фокальных зон псевдоповерхностей;
- формулировки критерия F — проверки зависимости фокальной зоны от типа образующей — как опровержимого предсказания уровня общей концепции;
- явного представления геометрической волновой инженерии как единого конструктивного корпуса;
- явного различения псевдоповерхностей как конструктивных границ и псевдообъёмов как рабочих областей;
- общего конструктивного понятийного аппарата, связывающего псевдоповерхности, псевдообъёмы, рекурсивное построение, интервальную интерпретацию, Merge и рядные системы;
- документального разграничения прежних раскрытий семейств, механизмов, особенностей поведения и результатов сравнительных испытаний и нового утверждения на уровне синтеза;
- ступеней верификации C1–C8 как языка строгого соотнесения утверждений с доказательствами;
- общеконцептуального объединения контекста ранее полученных сравнительных результатов без повторного заявления их приоритета.

### 9.2. Ранее опубликованные результаты, приоритет которых не заявляется повторно

Настоящий препринт не заявляет в качестве первого раскрытия:

- специальную теорию псевдогиперболоидов высших порядков;
- специальную теорию псевдопараболоидов высших порядков;
- специальную теорию псевдоэллипсоидов высших порядков;
- операцию Merge как конструктивный механизм формирования внутренних областей;
- кольцево-локализованные состояния в открытых псевдогиперболических полостях;
- ранее опубликованное представление псевдоповерхностей переменной отрицательной кривизны как геометрической основы управления волнами;
- наследование фокальных свойств при вращении со смещением;
- сравнительный лучевой тест псевдогиперболоидов второго порядка вертикального и горизонтального типов.

Во избежание неоднозначности перечисленные ранние раскрытия следует понимать совместно, а не узко по отдельности. В совокупности они определяют документальные границы геометрического корпуса ГВИ, рассматриваемого здесь: элементы второго и высших порядков, вертикальные и горизонтальные типы там, где применимо, рядные и многорядные конструкции, рабочие области Merge и пересекающиеся и непересекающиеся варианты, явно представленные в цитируемых работах.

Приоритет этих результатов остаётся за более ранними датированными публикациями Zenodo из раздела 2. Здесь заявляется не первичное раскрытие перечисленных элементов, а их первый явный синтез на уровне общей концепции, объединяющий наследование фокальности, переменную отрицательную кривизну, псевдоповерхности, псевдообъёмы и зависящие от образующей индуцированные фокальные зоны общим принципом.

### 9.3. Утверждения, которые настоящая работа не делает

Настоящий препринт не утверждает:

- каких-либо нарушений законов сохранения;
- существования нового фундаментального волнового уравнения;
- возможности безреактивного движения, устранения инерции или подобных нестандартных эффектов;
- безусловной защищённости связи;
- создания действующего квантового компьютера при комнатной температуре;
- что лучевые доказательства заменяют скалярно-волновую или полноволновую проверку;
- что все геометрические семейства корпуса уже обладают одинаковой эффективностью;
- что функциональность устройств прикладного уровня уже продемонстрирована для всего корпуса;

- что индуцированная фокальность уже полностью проверена для каждого представителя каждого семейства ГВИ;
- что одна лишь лучевая концентрация полностью доказывает концентрацию волнового поля;
- что всякая поверхность переменной отрицательной кривизны автоматически относится к ГВИ;
- что всякая полость с областью концентрации автоматически демонстрирует индуцированную фокальность.

### 9.4. Необходимые последующие проверки

Основные дальнейшие задачи исследовательской программы:

- проверка индуцированных фокальных зон с учётом образующей согласно критерию F;
- сравнительная трассировка лучей для согласованных гиперболических, параболических и эллиптических образующих;
- скалярно-волновая проверка кольцевых, стыковых кольцевых, осевых, парных, дискообразных и составных индуцированных фокальных зон;
- количественное моделирование на основе уравнения Гельмгольца, акустических либо максвелловских уравнений в выбранных физических областях;
- отделение индуцированной фокальности от общих резонаторных эффектов и эффектов мод шепчущей галереи;
- анализ допусков и устойчивости;
- исследование чувствительности к источникам и граничным условиям;
- сравнение структуры селекции на лучевом и полевом уровнях;
- проверка влияния вертикального и горизонтального типов на индуцированную фокальную структуру;
- последующая экспериментальная верификация;
- формальное операционное определение и протокол опровержения критерия H (внешнее фокальное преобразование 8 → 4, K-инвариантное перемешивание и J-разделение в псевдоэллипсоидах).

## 10. Заключение

Геометрическая волновая инженерия представлена здесь в качестве единой конструктивной концепции, документальной системы фиксации приоритета и языка верификации для псевдоповерхностей с заданной кривизной и рабочих псевдообъёмов. Ранние датированные публикации Zenodo сохраняют статус первых документальных раскрытий основных геометрических семейств, конструктивных механизмов, результатов исследования поведения и конкретных сравнительных испытаний. Настоящий препринт не заменяет и не присваивает их приоритет.

В совокупности объединённые здесь ранние публикации документируют авторский геометрический корпус, включающий конструктивно определённые псевдогиперболоиды, псевдопараболоиды и псевдоэллипсоиды второго и высших порядков, в том числе

вертикальные и горизонтальные типы там, где применимо, рядные и многорядные построения, рабочие внутренние области Merge и пересекающиеся и непересекающиеся варианты, явно опубликованные ранее. Настоящая работа не заявляет повторно их первое раскрытие, а впервые объединяет документальную архитектуру, терминологическую карту и дисциплину верификации в рамках единого явно сформулированного научного направления ГВИ.

Главный концептуальный результат настоящего препринта — явная формулировка индуцированной фокальности. Псевдоповерхности ГВИ не опираются на классические точечные фокусы, расположенные внутри рабочей области. Вместо этого они используют фокальные законы конических образующих в обратной конфигурации: классическое фокальное множество образующей, как правило, находится вне рабочего псевдообъёма, а соответствующая геометрическая информация сохраняется в нормалях, распределении кривизны и законе отражения построенной границы. В основных фокальных конструкциях корпуса переменная отрицательная кривизна рассматривается как геометрическое условие переориентации наследуемого фокального закона внутрь. Возникающие фокальные структуры являются поэтому индуцированными внутренними зонами — кольцевыми, стыковыми кольцевыми, осевыми, парными, дискообразными или составными, — а не обычными фокусами стандартных квадрик.

Следовательно, утверждение приоритета здесь уже повторного раскрытия семейств, но содержательно сильнее на концептуальном уровне: впервые осуществляется явный общий синтез распределённого корпуса и прямо формулируются индуцированная фокальность, обращение фокального закона и переменная отрицательная кривизна как концептуальная основа ГВИ. Дополнительно устанавливается различие между классическими точечными фокусами и индуцированными фокальными зонами, критерий F формулируется как опровержимое предсказание, а критерий H вводится как обозначение будущего направления исследования эллиптического случая.

Не менее важно различать документальный приоритет и статус верификации. Датированное публичное раскрытие устанавливает приоритет, а ступени C1–C8 характеризуют зрелость доказательств после публикации. Научная задача препринта — не объявить полную проверку всех физических реализаций, а создать единый цитируемый концептуальный документ, в котором ранние раскрытия, нынешние утверждения, ранее полученные сравнительные данные и необходимые будущие проверки чётко отделены друг от друга.

В этом смысле настоящий текст представляет собой не только документальную архитектуру корпуса ГВИ, но и первое явное концептуальное изложение механизма, обеспечивающего его научную целостность: обратное использование фокальных законов конических кривых при переменной отрицательной кривизне для формирования индуцированных внутренних фокальных зон в рабочих псевдообъёмах.

**Литература**

[1] Khaustov, V. Higher-Order Pseudohyperboloids with the Merge Operation: A Geometric Foundation for Programmable Wave Confinement. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.19926174.

[2] Khaustov, V. Geometric Wave Engineering of Ring-Localized States in Open Pseudo-Hyperbolic Cavities. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.19944381.

[3] Khaustov, V. Geometric Wave Engineering: Pseudo-Surfaces of Variable Negative Gaussian Curvature as a Geometric Basis for Programmable Wave Control. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.19983291.

[4] Khaustov, V. Geometric Wave Engineering. Theory of Higher-Order Pseudoparaboloids. Volume 1. Constructive Geometry: Recursive Constructions and Computational Apparatus. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.20022183.

[5] Khaustov, V. Geometric Wave Engineering. Theory of Higher-Order Pseudohyperboloids. Volume 1. Constructive Geometry: Recursive Constructions and Computational Apparatus. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.20058260.

[6] Khaustov, V. Geometric Wave Engineering. Theory of Higher-Order Pseudoellipsoids. Volume 1. Constructive Geometry: Recursive Constructions and Computational Apparatus. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.20274309.

[7] Khaustov, V. Double Inheritance of the Focal Property under Offset Rotation. Zenodo. DOI:10.5281/zenodo.20357894.

[8] Khaustov, V. Geometric Wave Engineering: Comparative Ray-Level Verification of Second-Order Pseudohyperboloids of the Vertical and Horizontal Types. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.20458014.

[9] Pendry, J. B., Schurig, D., and Smith, D. R. “Controlling Electromagnetic Fields.” Science 312 (2006): 1780–1782. DOI: 10.1126/science.1125907.

[10] Leonhardt, U. “Optical Conformal Mapping.” Science 312 (2006): 1777–1780. DOI: 10.1126/science.1126493.

[11] Yu, N., and Capasso, F. “Flat Optics with Designer Metasurfaces.” Nature Materials 13 (2014): 139–150. DOI: 10.1038/nmat3839.

[12] Cummer, S. A., Christensen, J., and Alù, A. “Controlling Sound with Acoustic Metamaterials.” Nature Reviews Materials 1 (2016): 16001. DOI: 10.1038/natrevmats.2016.1.

[13] Silva, A., Monticone, F., Castaldi, G., et al. “Performing Mathematical Operations with Metamaterials.” Science 343 (2014): 160–163. DOI: 10.1126/science.1242818.

[14] Ozawa, T., Price, H. M., Amo, A., et al. “Topological Photonics.” Reviews of Modern Physics 91 (2019): 015006. DOI: 10.1103/RevModPhys.91.015006.

[15] Vahala, K. J. “Optical Microcavities.” Nature 424 (2003): 839–846. DOI: 10.1038/nature01939.

[16] Beltrami, E. (1868). Saggio di interpretazione della geometria non-euclidea. Giornale di Matematiche, 6, 284–312.

[17] do Carmo, M. P. (1976). Differential Geometry of Curves and Surfaces. Prentice-Hall.

[18] Born, M., and Wolf, E. (1999). Principles of Optics (7th ed.). Cambridge University Press.

[19] Hecht, E. (2017). Optics (5th ed.). Pearson.

[20] Coxeter, H. S. M. (1969). Introduction to Geometry (2nd ed.). Wiley.