Геометрическая волновая инженерия

Упрощённая луче-волновая проверка открытого псевдогиперболоидального резонатора с кольцевой выходной щелью

Луче-волновая верификация в упрощённых моделях

Хаустов Владимир Игоревич

ORCID: 0009-0007-3657-2309

Лаборатория геометрической волновой инженерии https://vihrihaosa.ru/

Лицензия: CC BY 4.0

Дата публикации: 14 июня 2026 года

DOI: 10.5281/zenodo.20688646

Научно-технический перевод с английского языка.

Редакция, адаптированная для русскоязычного инженера-исследователя.

Оригинал: Khaustov. V. Reduced Ray-Wave Verification of an Open Pseudohyperboloid Telescopic Resonator with an Annular Output Slot. https://doi.org/10.5281/zenodo.20688646

Аннотация

В работе исследован открытый вертикальный псевдогиперболоидальный резонатор второго порядка с одной кольцевой выходной щелью с использованием ограниченного набора лучевых и волновых моделей. Цель исследования — установить, создаёт ли гиперболический закон образующей воспроизводимый механизм вывода излучения за счёт фокальной направленности лучей и можно ли рассматривать этот механизм как потенциальный резонаторный эффект в лазере. Исследование объединяет эталонные расчёты собственных мод закрытой скалярной задачи C2–C3, приближённые оценки связи через открытую щель R2, трассировку лучей с фокально-согласованным возбуждением, анализ семейств лучей с отбором по фазе, реконструкцию дальнего поля по Гюйгенсу–Френелю, упрощённое сравнение по Фоксу–Ли/Френелю и дифракционные тесты с согласованными апертурами.

Получен положительный результат геометрического и динамического характера. Для основной лучевой телескопической конфигурации при a = 0,3, b = 0,3, R = 3,0, R1 = 0 и R2 = 0,08 статистически представительный расчёт с фокально-согласованным запуском лучей даёт 94,10 % выхода через щель и 65,35 % выхода через щель после многократных отражений. Для подмножества многократно отражённых лучей угловая характеристика составляет θ80 = 86,02 мрад, причём 93,80 % отобранных лучей имеют угол менее 100 мрад. Соответствующий аналог с линейными воронками той же длины показывает существенно худшие характеристики многократно отражённого выходного потока. Следовательно, внешняя фокальная структура гиперболической образующей не сводится к формальному геометрическому свойству, а участвует в реальном механизме фокально-направленной селекции лучей.

Не менее важен отрицательный результат. Проведённая последовательность проверок не доказывает, что исследуемая РНВ-геометрия с кольцевой щелью превосходит классический телескопический резонатор CO_2-лазера в задаче формирования узкого пучка. Восстановленное по Гюйгенсу–Френелю дальнее поле фазово-отобранного семейства РНВ остаётся широким, а упрощённое сравнение по Фоксу–Ли/Френелю отдаёт преимущество классическим моделям с заполненной апертурой по стандартным характеристикам узконаправленного излучения. Даже идеализированная кольцевая щель с плоским распределением фазы даёт более широкую дифракционную картину, чем сопоставимая заполненная апертура. Поэтому научно обоснованный вывод носит ограниченный характер: открытая РНВ-геометрия обеспечивает эффективную фокально-направленную селекцию кольцевого семейства лучей и представляет интерес для исследования кольцевого, конического и структурированного излучения, в том числе состояний, аналогичных модам с орбитальным угловым моментом. Однако её преимущество перед классическим телескопическим резонатором CO_2-лазера в режиме почти дифракционно ограниченного гауссоподобного пучка пока не подтверждено.

Ключевые слова: псевдогиперболоидальный резонатор; геометрическая волновая инженерия; кольцевая выходная щель; фокально-направленные лучи; лучевая и волновая верификация; реконструкция по Гюйгенсу–Френелю; приближение Фокса–Ли; резонатор CO_2-лазера; кольцевой пучок; конический пучок; структурированный свет; излучение, аналогичное модам с орбитальным угловым моментом.

Содержание

Аннотация 2
Область применимости и научный статус исследования 4
1. Введение 4
1.1. Соотношение с известными классами резонаторов 4
1.2. Научное введение: геометрическая волновая инженерия и открытый РНВ-резонатор 5
2. Геометрия и физическая гипотеза открытого псевдогиперболоидального резонатора второго порядка 5
2.1. Меридиональное построение вертикального РНВ второго порядка 6
3. Упрощённые модели, метрики и последовательность верификации 7
3.1. Определения θ80, EE100, OPD_RMS, приближённого коэффициента Штреля и внутренних оценочных показателей 7
3.2. Иерархия упрощённых моделей: скалярные собственные моды, трассировка лучей, фазовый отбор, Гюйгенс–Френель и Фокс–Ли/Френель 7
3.3. Методологическая связь упрощённых моделей 8
3.4. Последовательность верификации и логика принятия решений 9
4. Контрольные геометрии и численный протокол 10
5. Меридиональное гиперболическое фокальное свойство и его численная проверка 12
6. Замкнутая скалярная эталонная проверка C2–C3 13
6.1. Результат для закрытого скалярного РНВ 13
6.2. Неуникальность кольцевой локализации высокоазимутальных мод в замкнутой полости 15
7. Приближённая скалярная оценка вывода через открытую кольцевую щель R2 16
7.1. Скалярная кольцевая энергия и перекрытие с выходной щелью 16
7.2. Почему оптимальные значения R2 различаются на разных уровнях моделирования 17
8. Коллимация лучей в телескопической модели с фокально-направленным запуском 17
8.1. Статистически представительный лучевой результат РНВ 17
8.2. Сравнение с линейным аналогом равной длины и физический смысл телескопической аналогии 18
8.3. Устойчивость и чувствительность фокально-направленной ветви 19
9. Верификация перехода от лучей к волновому фронту и фазово-отобранного семейства лучей 23
9.1. Статистически представительная проверка перехода от лучей к волновому фронту 23
9.2. Анализ лучевого семейства с отбором по фазе 24
9.3. Реконструкция поля в апертуре, фазовые веса и ограничения 25
10. Дальнее поле по гюйгенсу–френелю и результаты упрощённой модели Фокса–Ли/Френеля 27
10.1. Реконструкция дальнего поля многократно отражённого семейства РНВ по Гюйгенсу–Френелю 27
10.2. Сравнение на основе упрощённой модели Фокса–Ли/Френеля 27
10.3. Вынужденный отклик низких m и классическая телескопическая модель с заполненной апертурой 30
11. Заключительный комплекс упрощённых проверок применимости к лазерному резонатору 31
11.1. Блок A: карта зависимости R2 — фаза — дальнее поле 31
11.2. Блок B: РНВ и согласованные контрольные поверхности в единой вычислительной процедуре 33
11.3. Блок C: упрощённая модель Фокса–Ли/Френеля с объёмным усилением 34
11.4. Блок D: согласованное дифракционное сравнение с классическими апертурами 35
12. Обобщение научных результатов 36
13. Итоговая матрица решений: подтверждённые и неподтверждённые утверждения 37
13.1. Подтверждённые утверждения 39
13.2. Неподтверждённые утверждения 39
13.3. Границы интерпретации упрощённых моделей 39
14. Возможные технические применения и дальнейшая программа верификации 40
15. Заключение 41
16. Данные, код и воспроизводимость 42
17. Литература 42
Приложение A. Материалы для воспроизведения и таблицы данных 42
Приложение B. Скрипты для воспроизведения и расчётный пакет 43

Область применимости и научный статус исследования

Настоящую статью следует рассматривать как исследование, основанное на ограниченных численных моделях. Она не содержит заявления об экспериментальном подтверждении, полновекторной верификации по Максвеллу, генерации лазерного излучения с насыщением усиления или промышленной готовности предлагаемого резонатора. Задача состоит в более конкретной проверке: какие положения концепции открытого псевдогиперболоидального резонатора сохраняют силу при последовательном ужесточении численных тестов. Расчёты замкнутой скалярной задачи проверяют возможность кольцевой локализации мод с высоким азимутальным индексом. Расчёты открытой щели определяют, совпадает ли апертура R2 с физически значимой кольцевой областью вывода. Трассировка фокально-направленных лучей устанавливает, порождает ли гиперболический фокальный закон семейство многократно отражённых выходных лучей, не воспроизводимое негиперболическими контрольными поверхностями сопоставимого масштаба. Последующие этапы отбора по фазе, расчёта по Гюйгенсу–Френелю и упрощённой модели Фокса–Ли/Френеля проверяют, достаточно ли выделенного лучевого семейства для формирования узкого когерентного пучка в дальней зоне.

Итоговый вывод намеренно сформулирован консервативно. Для открытой псевдогиперболоидальной геометрии подтверждён нетривиальный механизм кольцевой селекции лучей с выраженной ветвью многократных отражений при фокально-согласованном возбуждении. При этом пока не подтверждено её превосходство над классическим телескопическим резонатором CO_2-лазера с заполненной апертурой в режиме узкого, почти дифракционно ограниченного пучка. Именно это разграничение определяет научную значимость исследования: положительный результат заключается в новом механизме геометрически обусловленной селекции, а отрицательный — в отсутствии на данном уровне моделирования доказанного преимущества при формировании обычного узконаправленного лазерного пучка.

1. Введение

1.1. Соотношение с известными классами резонаторов

Псевдогиперболоидальный резонатор РНВ не следует отождествлять с резонатором на модах шепчущей галереи, простой тороидальной полостью, биконическим рупором, коаксиальной СВЧ-полостью или стандартным неустойчивым двухзеркальным резонатором. В резонаторах на модах шепчущей галереи и модах высокого азимутального порядка удержание поля определяется преимущественно угловым моментом и кривизной границы; в классическом телескопическом лазерном резонаторе поле низкого порядка, заполняющее апертуру, отбирается вследствие многократного зеркального отображения; биконический рупор предназначен главным образом для согласования импеданса и управления геометрией излучения. В РНВ сочетается иной набор конструктивных факторов: гиперболические фокальные направления, внешние фокальные кольца, встречные открытые воронки и кольцевая выходная щель R2. Поэтому контрольные расчёты организованы таким образом, чтобы отделить общие закономерности кольцевой локализации высокоазимутальных мод от эффектов, специфичных для гиперболического фокального построения.

1.2. Научное введение: геометрическая волновая инженерия и открытый PHB-резонатор

Основной научный вклад работы не состоит в самом факте существования кольцевых полей или мод с высоким азимутальным индексом в осесимметричной полости. Подобная локализация встречается и в более широком классе кольцевых, тороидальных и рупорообразных геометрий. Более конкретный результат — разграничение общей кольцевой локализации и механизма фокально-направленного вывода, создаваемого гиперболическим профилем. PHB исследуется не только как замкнутая полость с модами высокого азимутального порядка, но и как открытая геометрическая система, в которой внешние фокусы гиперболической образующей организуют семейство многократно отражённых лучей, а ограниченная кольцевая щель производит отбор части этого семейства. Именно поэтому PHB сопоставляется с линейными, гладкими, полиномиальными профилями, а также с контрольными поверхностями, согласованными по наклону и объёму.

Термин «геометрическая волновая инженерия» (Geometric Wave Engineering, GWE) используется здесь в качестве введённого автором рабочего понятия. Он обозначает проектирование волновых и лучевых систем, в которых геометрия границы выступает активным оператором, определяющим траектории, семейства мод, области вывода энергии и каналы утечки. В этом смысле PHB представляет собой не просто полость с необычной стенкой, а конструкцию, в которой геометрия должна задавать фокальный закон посредством гиперболической образующей и затем отбирать сформированное внутреннее семейство лучей одной кольцевой щелью.

2. Геометрия и физическая гипотеза открытого псевдогиперболоидального резонатора второго порядка

Исследуемый объект представляет собой вертикальную псевдогиперболоидальную полость второго порядка. В меридиональном сечении гиперболическая воронка определяется законом $\rho = R - b\sqrt{[(|x|/a)^2 - 1]}$ при $|x| \geq a$. Построение опирается на внешние фокусы гиперболической образующей. Эти фокусы лежат вне материальной полости, однако направления на них определяют внутренний закон отражения. Луч, направленный к одному из внешних фокусов, после отражения от гиперболической стенки перенаправляется в направлении, связанном с противоположным внешним фокусом. Именно этот лучеоптический механизм положен в основу концепции PHB-резонатора.

Открытый телескопический вариант содержит одну кольцевую выходную щель R2 на правой воронке. Щель рассматривается не как произвольный канал утечки, а как конструктивный элемент, предназначенный для отбора семейства лучей, предварительно организованных повторными отражениями между гиперболическими воронками. Проверяемое правило построения: $dR_total = R \cdot R2$; $dR_half = dR_total/2$. Начало щели расположено в точке $x = a$, $\rho = R$, конец — в точке $x = a\sqrt{[1 + (dR_half/b)^2]}$, $\rho = R - dR_half$. В основных поздних лучевых проверках использованы $a = 0{,}3$, $b = 0{,}3$, $R = 3{,}0$, $R1 = 0$ и узкий диапазон $R2 = 0{,}08–0{,}10$.

Физическая аналогия с классическим телескопическим лазерным резонатором не подразумевает тождественности конструкций; она имеет функциональный характер. В обычном неустойчивом или телескопическом резонаторе геометрия полного обхода отбирает семейство лучей и преобразует его в выходной пучок. В PHB предполагается иной механизм: гиперболический фокальный закон направляет внутренние лучи к кольцевому выходному окну. Поэтому ключевой предмет проверки — не само

присутствие лучей внутри полости, а способность многократных отражений отбирать полезное выходное семейство с малым угловым разбросом и согласованной фазой.

2.1. Меридиональное построение вертикального РНВ второго порядка

При $|x| \geq a$ радиус воронки задаётся выражением $\rho_horn(x) = R - b\sqrt{[(|x|/a)^2 - 1]}$. Расчётная воронка оканчивается при $L = a\sqrt{[1 + (R/b)^2]}$, где идеальный профиль достигает оси. Осевые координаты фокусов порождающей гиперболы равны $\pm c$, где $c = \sqrt{(a^2 + b^2)}$. После вращения вокруг оси x каждый точечный фокус становится внешним фокальным кольцом радиуса R в плоскости $x = \pm c$. Эти кольца не являются материальными зеркалами. Они представляют собой геометрические опорные множества, задающие фокальные направления в трассировке лучей.

Щель R2 представляет собой кольцевой участок конечной радиальной толщины на правой гиперболической воронке. Полная радиальная толщина равна $dR_total = R \cdot R2$, половинная — $dR_half = dR_total/2$. Щель начинается при $x = a$, $\rho = R$ и заканчивается при $x = a\sqrt{[1 + (dR_half/b)^2]}$, $\rho = R - dR_half$. Такая конструкция превращает щель в селективный элемент границы, а не в отверстие большой площади. В наиболее убедительных лучевых тестах при $a = b = 0{,}3$ и $R = 3$ эффективным оказался узкий диапазон R2 приблизительно 0,08–0,12.

Лучеоптическая гипотеза вытекает из фокального свойства гиперболы. Луч внутри полости, направленный к одному внешнему фокусу, не достигает его, поскольку пересекает гиперболическую стенку. При отражении фокальный закон гиперболы перенаправляет луч так, как если бы его дальнейшее распространение было связано с сопряжённым внешним фокусом. Повторение процесса формирует внутреннее осциллирующее семейство лучей между двумя системами воронок. Кольцевая щель позволяет проверить, можно ли отобрать из него полезную выходную ветвь. Именно это служит концептуальным основанием телескопической аналогии.

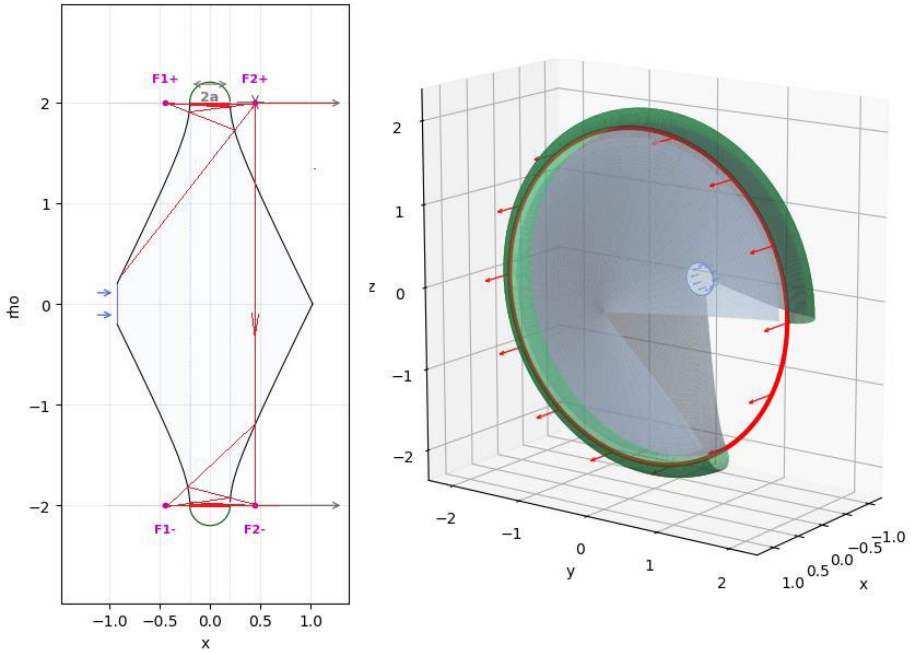

Рисунок 1. Геометрия открытого псевдогиперболоида, использованная для проверки кольцевой щели R2. Внешние фокусы расположены вне полости, выходная щель — на правой гиперболической воронке.

Интерпретация. В наилучшем лучевом телескопическом тесте щель узкая. Это принципиально: полезный выход формируется не за счёт широкого отверстия, а путём отбора той части отражённого семейства лучей, которая выходит вблизи заданного направления.

Все геометрические величины в упрощённых расчётах являются безразмерными, если явно не введено физическое масштабирование. Параметры a, b и R задают меридиональный профиль и не должны рассматриваться как фиксированные промышленные размеры без дополнительной привязки к длине волны и материалу. Интерпретация применительно к CO_2-лазеру появляется лишь при оптическом масштабировании этапов, чувствительных к длине волны, прежде всего через kR и дифракционные расчёты. Следовательно, рассматривается масштабируемая математическая модель резонатора, а не полностью определённая конструкция изготовленного CO_2-лазера.

3. Упрощённые модели, метрики и последовательность верификации

3.1. Определения θ80, EE100, OPD_RMS, приближённого коэффициента Штреля и внутренних оценочных показателей

В расчётах используются несколько приближённых метрик, которые нельзя отождествлять с непосредственно измеряемыми характеристиками реального лазера. Величина θ80 обозначает полуширину углового интервала, содержащего 80 % мощности выбранного распределения лучей либо поля в дальней зоне, в зависимости от этапа расчёта. EE100 — доля интегральной мощности в диапазоне ±100 мрад соответствующего углового распределения. OPD_RMS — среднеквадратическое остаточное отклонение оптического пути в выбранном лучевом семействе, выраженное в длинах волн. Используемое значение коэффициента Штреля является расчётным приближением, полученным из OPD_RMS, а не измеренным оптическим коэффициентом Штреля физического лазерного пучка. Показатели score служат внутренними ранжирующими метриками для сопоставления вариантов в рамках одной вычислительной последовательности; их нельзя сравнивать между различными уровнями моделирования как абсолютные физические КПД.

3.2. Иерархия упрощённых моделей: скалярные собственные моды, трассировка лучей, фазовый отбор, Гюйгенс–Френель и Фокс–Ли/Френель

Уровни моделирования намеренно организованы последовательно. Скалярная задача на собственные моды проверяет кольцевую локализацию в упрощённой замкнутой геометрии. Лучевые расчёты устанавливают существование многократно отражённого выходного семейства с фокальной направленностью. Отбор по фазе проверяет, существует ли в этом семействе подмножество лучей, для которых оптические длины пути согласованы по модулю длины волны. Расчёт по Гюйгенсу–Френелю восстанавливает скалярную модель дальнего поля из отобранного выходного семейства. Упрощённый блок Фокса–Ли/Френеля определяет, отдаёт ли приближённый процесс многократных обходов и усиления предпочтение кольцевой щели РНВ или классической заполненной апертуре. Ни один из этих уровней не заменяет полновекторного решения уравнений Максвелла в открытой области с импедансными стенками, выводом излучения, насыщением усиления, тепловыми эффектами и поляризацией.

Терминологическое разграничение существенно, поскольку работа содержит как положительные, так и отрицательные результаты. Большая доля лучей, прошедших через щель, не эквивалентна когерентному лазерному пучку. Фазово-отобранное подмножество

лучей не тождественно самосогласованной собственной моде резонатора. Широкая диаграмма дальнего поля не опровергает обнаруженный механизм лучевой селекции; она показывает, что одной селекции лучей недостаточно для утверждения о формировании узкого лазерного пучка. Поэтому каждый численный результат интерпретируется исключительно на уровне той модели, которая его дала.

3.3. Методологическая связь упрощённых моделей

Сочетание нескольких моделей в одной статье обусловлено тем, что концепцию открытого РНВ-резонатора нельзя оценить посредством единственной скалярной метрики. Она включает модовую структуру замкнутой полости, связь через открытую щель, лучеоптическую телескопическую функцию и качество волнового фронта. Модели не предполагаются физически тождественными: вместе они образуют последовательность верификации. Положительный результат одного уровня определяет перспективное семейство или метрику для следующего, но сам по себе не доказывает успешность следующего уровня.

Скалярная задача на собственные моды закрытой полости показывает, возможно ли существование волнового состояния с кольцевой локализацией. Трассировка лучей отвечает на вопрос, способна ли гиперболическая граница отбирать семейство многократно отражённых лучей, выходящих через щель R2. Фазовый анализ устанавливает, имеются ли в этом семействе лучи с согласованными оптическими путями по модулю длины волны. Реконструкция по Гюйгенсу–Френелю проверяет, формирует ли отобранное семейство узкое дальнее поле в скалярном дифракционном приближении. Упрощённый блок Фокса–Ли/Френеля сопоставляет предпочтительность кольцевой щели РНВ и классической заполненной апертуры при простом приближении обходного усиления. Отрицательный результат дальнего поля, таким образом, не противоречит положительному лучевому результату: он означает, что одного геометрического отбора лучей недостаточно для подтверждения лазерной моды.

Таблица 1. Математическая роль каждого уровня упрощённого моделирования в последовательности верификации.

Уровень модели	Проверяемый вопрос	Что модель не доказывает
Закрытая скалярная задача на собственные значения	Существование кольцевых собственных полей с высоким m	Нет выходной щели, усиления, поляризации по Максвеллу и радиационных потерь
Скалярная оценка открытой щели и вывода	Перекрытие кольцевой энергии со щелью R2	Не является расчётом когерентного пучка
Трассировка лучей в меридиональном сечении	Фокально-направленный отбор многократно отражённых лучей гиперболическим профилем	Двумерная меридиональная модель; косые 3D-лучи не учитываются
Лучевое семейство с отбором по фазе	Существование подмножества с согласованными оптическими путями	Не является самосогласованной собственной модой
Приближение Гюйгенса–Френеля	Скалярное дальнее поле из восстановленного	Двумерное/осесимметричное приближение; зависит от весов

	распределения по апертуре	и реконструкции апертуры
Упрощённое приближение Фокса–Ли/Френеля	Упрощённое сравнение полного обхода и усиления с классической апертурой	Не включает полновекторного Максвелла, PML, CO_2-разряда или импедансных стенок

3.4. Последовательность верификации и логика принятия решений

Цель документа — не построить убедительное повествование путём отбора только благоприятных графиков, а объединить все упрощённые расчёты в целостную основу для научно обоснованного вывода. Предлагаемый резонатор может рассматриваться в двух различных аспектах. Во-первых, как кольцевая полость с модами высокого азимутального порядка, поля которых концентрируются вблизи экваториального кольца. Во-вторых, как потенциальный телескопический лазерный резонатор, который должен формировать узкий когерентный пучок, желательно с расходимостью, близкой к дифракционному пределу, и конкурировать с классическим телескопическим CO_2-резонатором. Эти трактовки необходимо строго разделять.

Собственная скалярная мода замкнутой полости с высокой долей энергии в кольцевой области сама по себе не доказывает лазерную генерацию. Аналогично высокая плотность лучей в фокальном кольце не подтверждает формирования когерентного пучка в дальней зоне. Утверждение о реальном лазерном резонаторе требует последовательных свидетельств: существования волнового состояния, связи с выходным каналом, угловой коллимации, фазовой когерентности, качества дальнего поля и устойчивости моды в усиливающей среде. В настоящем исследовании применена многоступенчатая система проверок, каждая из которых допускает положительную или отрицательную интерпретацию; итоговый вывод определяется всей совокупностью, а не одной большой численной величиной.

Таблица 2. Последовательность верификации, использованная в объединённом отчёте.

Проверка	Положительный критерий	Текущий статус
Кольцевая локализация C2 в закрытой полости	PHB поддерживает выраженные кольцевые собственные моды высокого m	Подтверждено, но не уникально
Поведение C3 закрытой полости	Несколько устойчивых мод выше порога, а не один случайный пик	Подтверждено только для дискретных модовых пиков
Связь через открытую щель	Кольцевая энергия перекрывается с выходной щелью R2	Подтверждено относительно проверенных контролей щели
Лучевой телескопический механизм	Фокально-направленные лучи выходят через R2 после многократных отражений под меньшими углами, чем в контрольных моделях	Убедительно подтверждено относительно линейного аналога
Когерентный волновой фронт	Отобранное семейство создаёт почти плоскую фазу и узкое дальнее поле	Пока не продемонстрировано

Преимущество над классическим CO_2-резонатором	PHB превосходит классическую телескопическую модель по узкому когерентному выходу	Не подтверждено используемыми упрощёнными моделями

4. Контрольные геометрии и численный протокол

Для сравнительных расчётов открытой полости используются поверхности с одинаковыми общими масштабами a, b, R, L и тем же конструктивным правилом задания R2; гиперболический закон воронки заменяется альтернативными гладкими или полиномиальными профилями. Нормированная осевая координата воронки определяется как $t = (|x| - a)/(L - a)$. В заключительном наборе проверок использованы следующие контроли: LINEAR — $\rho = R(1 - t)$; POLY2 — $\rho = R(1 - t^2)$; SMOOTHSTEP — $\rho = R[1 - (3t^2 - 2t^3)]$; HERMITE_slope_matched — кубический профиль с сохранением концевых значений, наклон которого вблизи фокальной плоскости приближен к наклону PHB; VOLUME_matched_poly — $\rho = R(1 - t^p)$, где показатель p выбран для приближённого согласования модельного объёма воронки с PHB.

Эти контрольные профили согласованы по размерам, но не полностью эквивалентны по всем физически значимым характеристикам. Они имеют одинаковые начальный радиус, длину и способ формирования щели, однако не обязаны совпадать по ρ(c), локальному наклону, кривизне, объёму или площади поверхности. Это не скрытый недостаток расчётов, а существенное ограничение их интерпретации. Если преимущество PHB выявляется только относительно LINEAR, оно может быть обусловлено локальным наклоном либо объёмом. Дополнительные контроли HERMITE и VOLUME поэтому служат для проверки того, можно ли воспроизвести лучевую селекцию PHB при более близком согласовании наклонов или объёмов.

Таблица 3. Геометрические характеристики согласования открытого PHB и негиперболических контрольных профилей.

Геометрия	Тип	L	c	R2	x конца щели	ρ(c)	Наклон при c	Наклону конца щели	Модельный объём воронки	Модельная площадь воронки
PHB_hyperbolic	phb	3.015	0.4243	0.1	0.3354	2.7	-1.414	-2.236	43.93	74.55
LINEAR_same_L	linear	3.015	0.4243	0.1	0.4357	2.863	-1.105	-1.105	51.18	76.27
SMOOTHSTEP same L__	smoothstep	3.015	0.4243	0.1	0.6675	2.982	-0.2896	-0.7759	57.02	78.65
POLY2_same_L	poly2	3.015	0.4243	0.1	0.9071	2.994	-0.1012	-0.4942	81.88	93.05
HERMITE_sl	hermite	3.01	0.42	0.1	0.42	2.8	-	-	33.59	65.23

ope_matched_ _	slope _	5	43		18	47	1.357	1.353		
VOLUME_matched_poly__	volume match_ ed	3.015	0.4243	0.1	0.3767	2.775	-1.521	-1.643	43.93	73.68

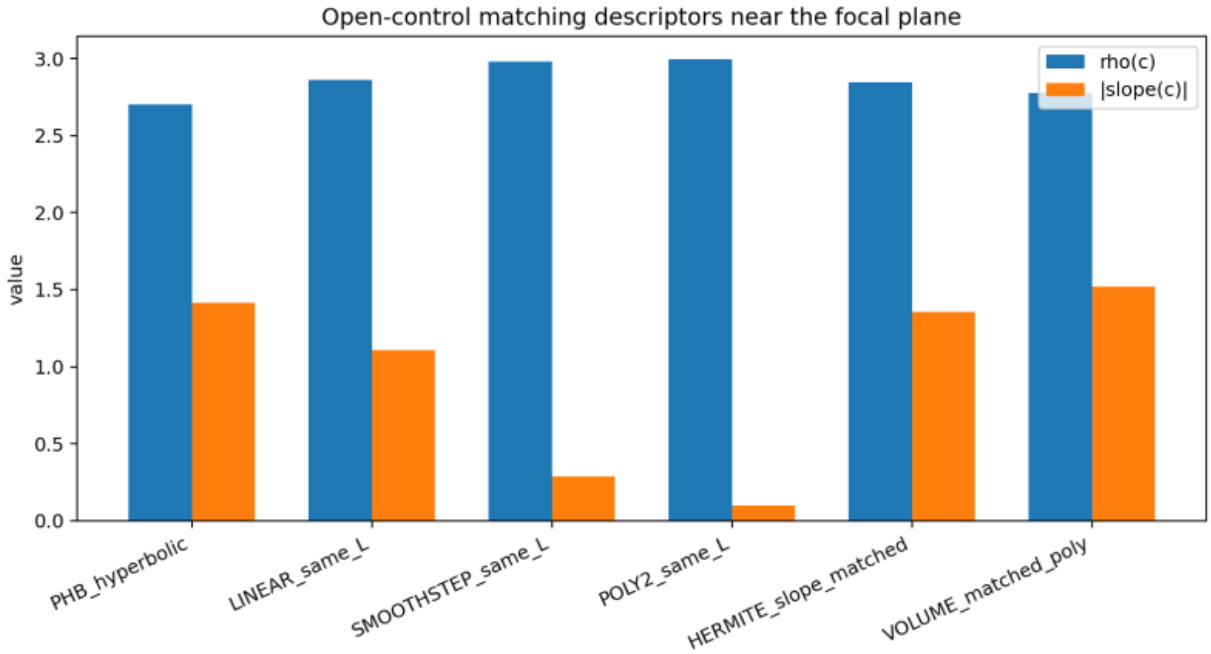

Рисунок 2. Локальные геометрические характеристики открытых контрольных профилей вблизи фокальной плоскости. Геометрии согласованы по общему масштабу и правилу построения щели, но не по всем локальным характеристикам; это ограничивает причинные выводы, в которых единственной причиной эффекта объявляются фокусы гиперболы.

Таблица 4. Заключительная проверка реализуемости, блок B: лучшие результаты каждой геометрии в единой процедуре перехода от лучей к волновому фронту.

Геометрия	**R2**	**Полуширина фазового окна, °**	**Выход через щель**	**Доля многократного выхода**	**Показатель b2+**	**Доля отображенных**	**OPD_RMS, λ**	**Прибл. Штрель**	**θ80, мрад**	**EE100**	**Оценка дальнего поля**
HERMITE_slope_matched	0.08	45	0.49	0.01625	0.0025	0.01	0.09255	0.7131	1.328e+03	0.1711	5.076e-05
LINEAR_same_L	0.08	45	0.68	0.09125	0.01125	0.03625	0.08301	0.7618	1.415e+03	0.1404	1.824e-04

PHB_hyperbolic	0.1	45	0.98	0.7037	0.6062	0.2	0.07398	0.8057	274	0.1492	0.002
POLY2_same_L	0.14	45	0.8025	0.08625	0.0075	0.03125	0.08433	0.7552	1.447e+03	0.1491	1.375e-04
SMOOTHSTEP_same_L	0.12	45	0.8037	0.085	0.00625	0.03	0.07085	0.8202	1.439e+03	0.1912	1.866e-04
VOLUME_matched_poly	0.08	45	0.1375	0.0325	0	0.0125	0.07797	0.7866	535.8	0.1979	8.392e-05

В рамках одной и той же вычислительной процедуры PHB остаётся единственной из проверенных геометрий, которая сочетает высокую долю выхода через щель, выраженную ветвь многократных отражений и сравнительно узкое угловое распределение фазово-отобранных лучей. Существенную роль играет контроль HERMITE, согласованный по наклону: по сравнению с LINEAR он способен уменьшить угол выходных лучей, однако в настоящем упрощённом тесте доля многократно отражённых лучей и показатель дальнего поля остаются существенно ниже, чем у PHB. Этот результат поддерживает утверждение о лучевой селекции PHB, не разрешая пока вопрос о её уникальности на уровне полной трёхмерной векторной волновой модели.

5. Меридиональное гиперболическое фокальное свойство и его численная проверка

Лучеоптическая концепция открытого PHB-резонатора основана на локальном свойстве гиперболической образующей в меридиональной плоскости. Для верхней ветви определяющее уравнение имеет вид $(x/a)^2 - [(\rho - R)/b]^2 = 1$, внешние фокусы расположены в точках $(-c, R)$ и $(+c, R)$, где $c = \sqrt{(a^2 + b^2)}$. В точке $P = (x, \rho)$ ненормированная нормаль к стенке пропорциональна вектору $(2x/a^2, -2(\rho - R)/b^2)$. Зеркальное отражение вычисляется по формуле $v_{out} = v_{in} - 2(v_{in} \cdot n)n$. Численная проверка показывает, что направление луча, связанное с одним внешним фокусом, после отражения переходит в направление, связанное с сопряжённым внешним фокусом, с точностью, ограниченной численной погрешностью.

Данное утверждение относится строго к меридиональному сечению. Трёхмерная геометрия образуется вращением двумерной конструкции, при котором фокусы преобразуются в два внешних фокальных кольца. Лучевые расчёты настоящей работы выполнены как двумерные меридиональные модели зеркального отражения лучей и подтверждают осерадиальный фокальный закон в представительном меридиональном сечении. Они не охватывают произвольные косые трёхмерные лучи с ненулевым азимутальным угловым моментом. Это принципиальное ограничение: будущие полные трёхмерные лучевые и векторные волновые модели должны установить, сохраняется ли меридиональная селекция при наличии немеридиональных траекторий и поляризации.

Таблица 5. Численная проверка меридионального свойства фокального отражения гиперболы.

Проверяемая ветвь	Точек стенки	Медианная	Макс. ошибка,

		ошибка, мрад	мрад
Правая верхняя ветвь PHB	400	0	2.107e-05

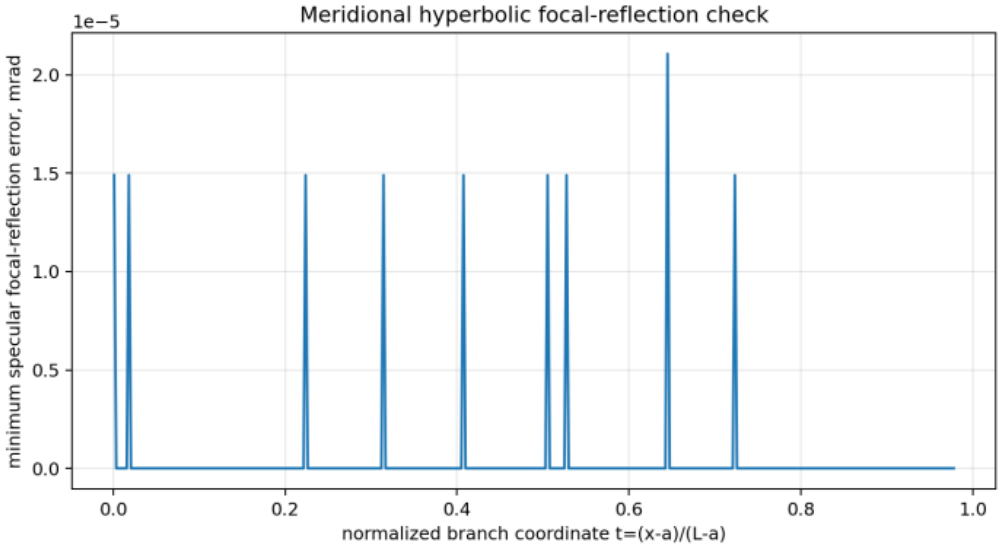

Рисунок 3. Погрешность зеркального фокального отражения вдоль гиперболической ветви PHB в меридиональном сечении. На исследованных точках погрешность практически нулевая, что подтверждает ожидаемое свойство отражения от двумерной образующей с внешними фокусами.

6. Замкнутая скалярная эталонная проверка C2–C3

6.1. Результат для закрытого скалярного PHB

Первый уровень верификации представлял собой приближённую осесимметричную скалярную задачу Гельмгольца на собственные значения с сеткой, согласованной с границей. Скалярное поле разлагалось по азимутальному индексу m. Метрика кольцевой энергии η_h определяла взвешенную долю энергии в области $|x| \le c$ и $|\rho - R| \le hR$. Основной порог критерия C2 задавался условием η_0,100 ≥ 70 %. Этот расчёт не являлся трассировкой лучей или полновекторным решением уравнений Максвелла. Его более узкая задача состояла в установлении способности геометрии поддерживать собственные волновые поля, сконцентрированные в заданной кольцевой области.

В базовой геометрии a = 0,2, b = 0,2, R = 1,0 при m = 6 наблюдалась умеренно выраженная собственная функция со смещением энергии к кольцу, однако более сильный результат получен только при высоком m. Для m = 15 в PHB сосредоточено около 74,68 % взвешенной модовой энергии в кольцевой области ±10 % R. Это превышает порог C2 и представляет собой реальный результат упрощённой волновой модели: речь идёт не только о лучевой картине. В то же время его нельзя интерпретировать как результат вывода лазерного излучения, поскольку полость замкнута и модель не включает выходной канал, усиление, импеданс стенок и полную поляризационную физику Максвелла.

Таблица 6. Сравнение контрольных закрытых геометрий в скалярной задаче для базовых параметров.

Геометрия	Граничная модель	m	kR	Энергия	Энерги	Обогащен

				±10 % R	**я ±5 % R**	**ие**
PHB hyperbolic torus__	Внешняя граница Дирихле, TM-приближение	15	18.590	74.68%	44.53%	4.46x
TORUS CAP linear horns__ _	Внешняя граница Дирихле, TM-приближение	15	18.526	73.43%	43.58%	4.59x
DOUBLE_CONE	Естественная внешняя граница, TE-приближение	10	10.675	63.80%	32.00%	4.57x
CYLINDER RplusA _	Внешняя граница Дирихле, TM-приближение	15	16.721	42.48%	23.34%	5.32x
CYLINDER R boundary control__ _	Естественная внешняя граница, TE-приближение	15	16.967	38.29%	25.08%	7.16x

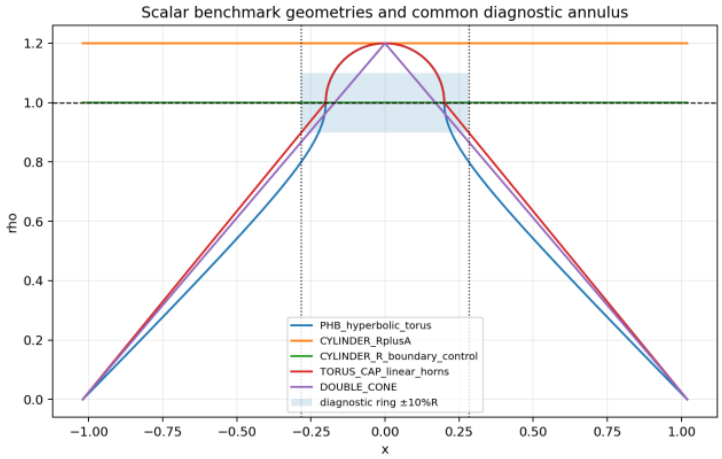

Рисунок 4. Контрольные геометрии закрытых полостей, использованные в скалярной эталонной проверке.

Интерпретация. Контрольный набор необходим, поскольку кольцевая локализация высокоазимутальных мод может возникать из общей осесимметричной кольцевой или тороидальной формы, а не исключительно из гиперболического закона.

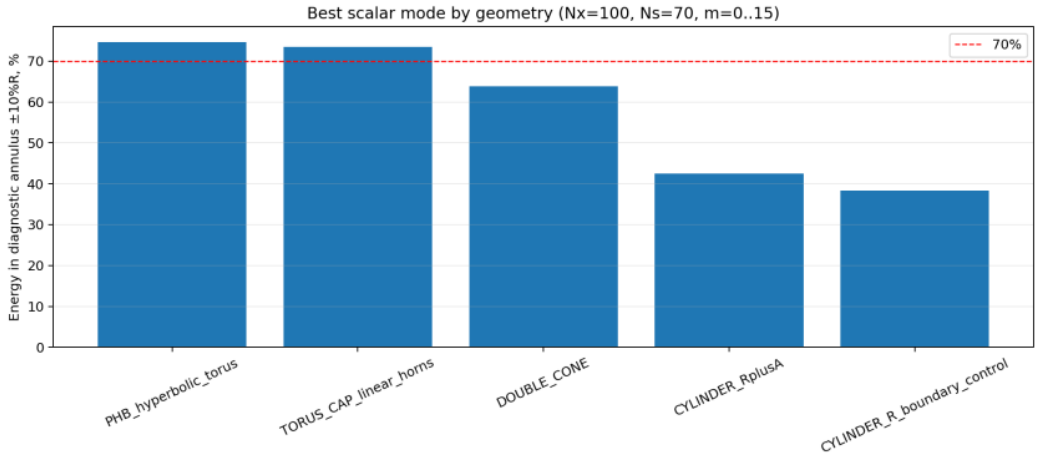

Рисунок 5. Максимальная доля энергии в кольцевой области ±10 % R для различных геометрий закрытой полости.
Интерпретация. PHB показывает лучший результат в данном наборе, но контроль с тороидальным замыканием и линейными воронками близок к нему. Следовательно, замкнутая скалярная проверка C2 подтверждает кольцевую локализацию, но не устанавливает уникальность гиперболической образующей.

6.2. Неуникальность кольцевой локализации высокоазимутальных мод в замкнутой полости

Дополнительная проверка типоразмеров была направлена на определение устойчивости преимущества PHB при геометрически корректном сравнении. Контрольная форма сохраняла то же центральное полутороидальное замыкание, общую длину L и диагностическую кольцевую область; гиперболические воронки заменялись линейными. Наилучший подтверждённый вариант имел a = 0,3, b = 0,3, R = 3,0. На проверочной сетке 70 × 48 доля энергии составляла 92,53 % для PHB и 89,04 % для эталонной формы.

Этот результат научно важен, поскольку исключает чрезмерно сильное утверждение. PHB способен обеспечивать выраженную локализацию, однако в замкнутой скалярной задаче для высоких m контрольная форма может быть почти столь же эффективной. Наиболее осторожная интерпретация заключается в том, что кольцевая локализация высокоазимутальных мод характерна для более широкого класса осесимметричных кольцевых и тороидальных полостей. В рассматриваемой замкнутой задаче уникальность гиперболического закона пока не доказана.

Таблица 7. Целевая проверка выбранных типоразмеров в расширенном сканировании C2–C3.

Типоразмер	PHB m	PHB kR	PHB ±10 % R	PHB ±5 % R	Пики C2 PHB	REF ±10 % R	Пики C2 REF	PHB/REF
a=0.3, b=0.3, R=3.0	15	15.892	92.53%	49.10%	5	89.04%	4	1.039x
a=0.6, b=0.3, R=3.0	15	18.331	76.30%	44.76%	2	74.23%	2	1.028x
a=0.3, b=0.05,	15	16.593	77.50%	62.92%	2	77.02%	2	1.006x

R=3.0								
a=0.1, b=0.3, R=3.0	15	17.521	67.35%	47.83%	0	76.88%	1	0.876x

7. Приближённая скалярная оценка вывода через открытую кольцевую щель R2

7.1. Скалярная кольцевая энергия и перекрытие с выходной щелью

Следующий вопрос заключался в том, проявляется ли специфика PHB отчётливее после открытия полости посредством одной кольцевой щели R2. Это иная физическая задача, чем эталонная проверка собственных мод закрытой полости. В открытой конфигурации полезная геометрия должна одновременно сохранять кольцевую локализацию энергии и обеспечивать её связь с выходной щелью. Для сравнения PHB с несколькими негиперболическими контрольными профилями использовалась скалярная приближённая мера перекрытия поля с выходной границей.

Наилучший подтверждённый вариант PHB с щелью характеризовался a = 0,3, b = 0,3, R = 3,0, m = 25 и R2 ≈ 0,26. Получены η10 = 83,87 %, η05 = 55,90 %, slot_flux_proxy = 18,03 и Ф10 = 15,12. Наилучший негиперболический контроль в том же тесте уступал PHB. Это указывает, что введение кольцевой выходной щели может быть для PHB более благоприятным, чем простое сравнение закрытых собственных мод высоких порядков. Однако результат по-прежнему относится к скалярным метрикам перекрытия и потока и не демонстрирует узкий когерентный пучок.

Таблица 8. Скалярная оценка вывода через открытую кольцевую щель: целевая проверка на сетке 70 × 48.

Профиль	**m**	**R2**	**kR**	**η10**	**Прокси потока через щель**	**Ф10**	**Оценка нижней границы угла, мрад**
PHB_hyperbolic	25	0.26	30.44	83.87%	18.03	15.12	1072
linear_horns	20	0.30	25.67	47.05%	14.98	7.05	977
poly_p1p5	20	0.30	23.74	37.08%	13.62	5.05	1097
poly_p3	8	0.28	59.97	0.63%	0.30	0.00	139
circular like _	25	0.30	30.19	30.86%	17.59	5.43	1053
double_cone_no_ torus	25	0.28	29.77	65.37%	19.64	12.84	1121

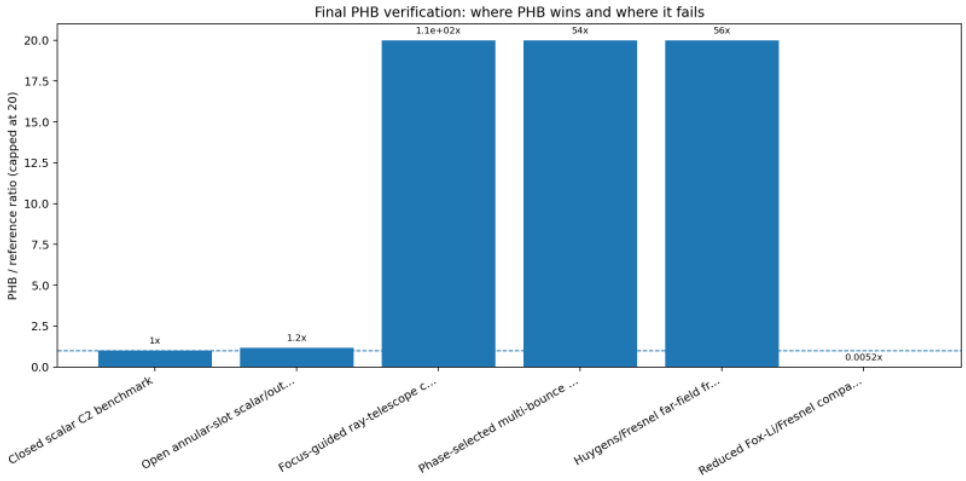

Рисунок 6. Относительные показатели PHB в основных проверках. Интерпретация. Рисунок отражает основную закономерность всего исследования: PHB убедительно превосходит линейный аналог в лучевых тестах, но не удовлетворяет критериям дальнего поля и сравнению с классическим узкопучковым резонатором.

7.2. Почему оптимальные значения R2 различаются на разных уровнях моделирования

Изменение предпочтительного значения R2 в различных разделах статьи не является противоречием. Разные модели оптимизируют различные физические характеристики. Скалярная оценка открытой щели предпочитает R2, максимизирующее перекрытие с кольцевой энергией и приближённый граничный поток. Лучевая телескопическая модель с фокально-направленным запуском предпочитает более узкую щель, сохраняющую ветвь многократных отражений и меньшие выходные углы. Сканирование фазы и дальнего поля выбирает диапазон, в котором совместные характеристики выживания лучей, OPD_RMS, приближённого коэффициента Штреля и доли энергии в дальней зоне наименее неблагоприятны. Затем упрощённая модель Фокса–Ли/Френеля проверяет, способен ли какой-либо вариант кольцевой щели конкурировать с классической заполненной апертурой в метрике узкого пучка. Поэтому R2 не имеет единого универсального оптимума: это конструктивный параметр, предпочтительное значение которого зависит от целевой функции — вывода через щель, лучевой селекции, фазовой совместимости либо направленности дальнего поля.

8. Коллимация лучей в телескопической модели с фокально-направленным запуском

8.1. Статистически представительный лучевой результат PHB

Наиболее убедительный положительный результат PHB получен при постановке задачи в соответствии с исходной концепцией: как фокально-направленного лучевого телескопического механизма. Лучи запускаются не как произвольные волновые моды с высоким m, а по направлениям, связанным с внешними фокусами гиперболической образующей. Расчёт проверяет, направляют ли повторные внутренние отражения эти лучи к щели R2.

В этом тесте PHB отчётливо отличается от линейного аналога той же длины. При R2 = 0,08 через щель вышли 94,10 % фокально-направленных лучей PHB; 65,35 % от общего числа запущенных лучей вышли после многократных отражений. В подмножестве многократно отражённых лучей θ50 = 62,14 мрад, θ80 = 86,02 мрад, а 93,80 % лучей имели угол менее 100 мрад. Линейный аналог при том же R2 дал только 7,05 % выхода после

многократных отражений при θ80 около 1446 мрад. Различие является не просто небольшим численным преимуществом, а качественным отличием исследованных лучевых механизмов.

Результат подтверждает центральную лучеоптическую составляющую концепции PHB. Гиперболический закон стенки создаёт не только обычную кольцевую полость, но и механизм внутреннего фокально-направленного перенаправления лучей, который линейный контрольный профиль не воспроизводит. Это наиболее важный положительный результат исследования, подлежащий сохранению в научной интерпретации.

8.2. Сравнение с линейным аналогом равной длины и физический смысл телескопической аналогии

Положительный лучевой результат данного раздела представляет собой наиболее убедительное свидетельство геометрической специфики PHB-резонатора. В классическом телескопическом резонаторе зеркала многократно формируют изображения лучевого семейства, после чего оно выводится в виде почти осевого пучка. В PHB выход формируется не обычным вырезанием отверстия в рупоре, а пересечением узкой кольцевой щели с семейством многократных отражений, созданным гиперболическим фокальным перенаправлением.

Поэтому сравнение с линейной воронкой одинаковой длины важно: линейная поверхность может иметь сопоставимые длину и апертуру, но не обладает законом перенаправления, определяемым внешними фокусами. Большая разница в углах многократно отражённого выходного потока PHB и LINEAR является наиболее наглядным признаком такого механизма в упрощённой модели.

Вместе с тем результат требует осторожной трактовки. Лучевая коллимация не эквивалентна существованию лазерной моды. Пучок лучей может иметь узкое угловое распределение при несогласованных оптических длинах пути. Для лазерного поля необходима самосогласованность фазы после полного обхода резонатора, а не только благоприятная гистограмма направлений. Поэтому исследование продолжается фазовым отбором, реконструкцией Гюйгенса–Френеля и приближённым сравнением по Фоксу–Ли/Френелю. Научная ценность лучевого результата PHB состоит в выявлении реального геометрического механизма; последующие волновые проверки устанавливают, достаточен ли он для формирования узкого когерентного пучка.

Таблица 9. Статистически представительные характеристики фокально-направленного выхода в лучевой телескопической модели при R2 = 0,08 и 0,10.

Геометрия	R2	Выход через щель	Многократный выход через щель	b2+ θ50	b2+ θ80	b2+ доля <100 мрад	b2+ score100
PHB_hyperbolic	0.08	94.10%	65.35%	62.1	86.0	93.8%	0.6130
PHB_hyperbolic	0.10	98.30%	67.50%	62.9	92.4	85.1%	0.5745
LINEAR_same_L	0.08	64.95%	9.70%	1378.6	1446.1	7.8%	0.0055
LINEAR_same_L	0.10	88.60%	8.95%	207.1	1396.4	8.6%	0.0055

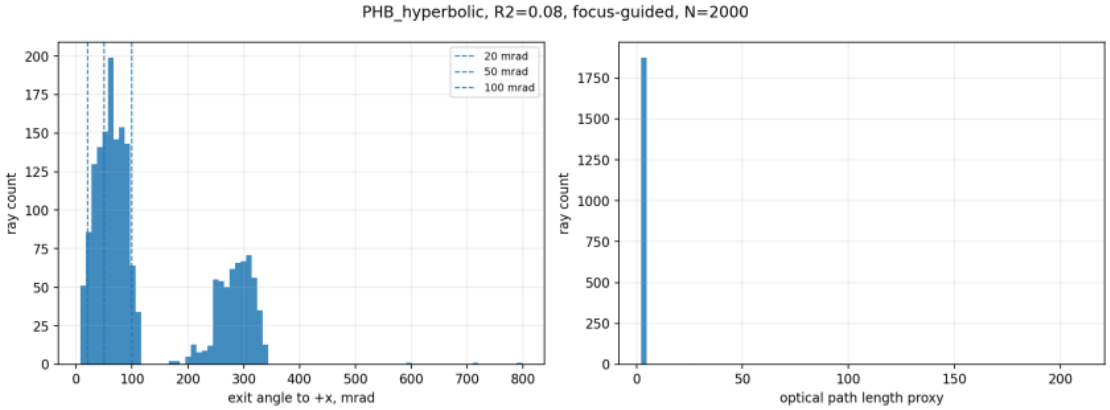

Рисунок 7. Распределение выходных углов лучей PHB при R2 = 0,08 для фокально-направленного запуска.
Интерпретация. Физически значима ветвь многократно отражённых лучей PHB. Её угловое распределение существенно уже распределения всех лучей, вышедших через щель; именно она представляет предполагаемый лучевой телескопический механизм.

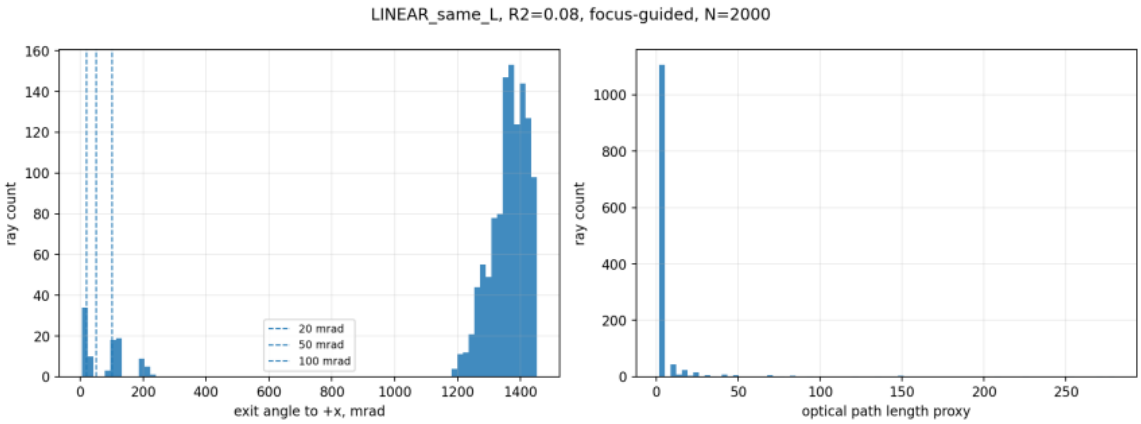

Рисунок 8. Распределение выходных углов линейного аналога той же длины при R2 = 0,08.
Интерпретация. Линейный аналог не формирует сопоставимую узкую ветвь многократно отражённого выхода. Это подтверждает связь эффекта с гиперболическим фокальным законом, а не просто с наличием щели в воронке.

8.3. Устойчивость и чувствительность фокально-направленной ветви

Поскольку наиболее выраженный положительный результат PHB связан с фокально-направленным лучевым механизмом, протокол трассировки должен быть задан явно. В упрощённой модели лучи запускаются в меридиональном сечении; вычисляются их пересечения с кусочно-линейной аппроксимацией отражающей стенки и выходным сегментом R2; отражения считаются зеркальными. Луч засчитывается как успешно вышедший, если он пересекает сегмент R2 при положительной x-компоненте скорости. Многократно отражённым здесь называется луч, который до выхода через щель взаимодействовал со стенкой не менее двух раз. Угол выхода измеряется относительно положительного направления оси x.

Таблица 10. Протокол трассировки лучей в дополнительном расчёте устойчивости.

Параметр	Значение
Геометрия для проверки	a=0.3, b=0.3, R=3.0, R1=0, R2=0.08

устойчивости	
Размерность лучевой модели	Двумерная меридиональная лучевая модель
Семейство начальных направлений	Центральный источник с фокальной направленностью; дополнительные контроли — левый конец и изотропный объёмный запуск
Определение фокально-направленного запуска	Начальное направление к одному из внешних фокусов образующей, при необходимости с гауссовым угловым шумом
Количество лучей в дополнительной проверке устойчивости	700 лучей для каждой геометрии и схемы запуска
Максимальное число отражений	100
Критерий выхода через щель	Пересечение сегмента R2 на правой воронке при vx > 0
Критерий многократных отражений	Выход через щель после не менее двух отражений от стенки
Неопределённость долевых характеристик	Нормальный биномиальный 95%-й интервал
Неопределённость θ80	Бутстреп-оценка 95%-го интервала для углов многократно отражённых лучей

Таблица 11. Устойчивость фокально-направленной ветви к угловому шуму при запуске.

Геометрия	Шум, мрад	Доля выхода через щель	Доля многократного выхода	b2+ θ80, мрад	Нижняя 95 % граница	Верхняя 95 % граница	b2+ доля <100 мрад	b2+ score 100
PHB_hyperbolic	0	0.9314	0.6371	86.23	82.96	88.89	0.9193	0.5857
PHB_hyperbolic	5	0.5957	0.3786	84.09	79.08	88.57	0.9283	0.3514
PHB_hyperbolic	15	0.3071	0.1814	100.4	90.83	163.6	0.7953	0.1443
PHB_hyperbolic	30	0.25	0.1243	685.2	562.5	897.6	0.5977	0.07429
PHB_hyperbolic	50	0.1914	0.07429	653.6	301.2	855.5	0.5769	0.04286
PHB_hyperbolic	100	0.1329	0.06857	1.123e+03	673.3	1.259e+03	0.4792	0.03286

LINEAR_same_L	0	0.6486	0.07286	1.445e+03	1.440e+03	1.449e+03	0	0
LINEAR_same_L	5	0.5857	0.07714	1.379e+03	687.4	1.401e+03	0.1481	0.01143
LINEAR_same_L	15	0.5214	0.09143	1.375e+03	229.1	1.396e+03	0.125	0.01143
LINEAR_same_L	30	0.5186	0.1014	1.274e+03	203.5	1.373e+03	0.2394	0.02429
LINEAR_same_L	50	0.46	0.1329	1.377e+03	1.373e+03	1.381e+03	0.1075	0.01429
LINEAR_same_L	100	0.2814	0.09143	1.286e+03	1.276e+03	1.318e+03	0.1875	0.01714
SMOOTHSTEP same L__	0	0.7843	0.09	1.285e+03	1.098e+03	1.299e+03	0.09524	0.008571
SMOOTHSTEP same L__	5	0.7686	0.08	1.279e+03	1.096e+03	1.321e+03	0.01786	0.001429
SMOOTHSTEP same L__	15	0.7786	0.09143	1.293e+03	1.118e+03	1.318e+03	0.03125	0.002857
SMOOTHSTEP same L__	30	0.7586	0.08429	1.197e+03	1.076e+03	1.318e+03	0.05085	0.004286
SMOOTHSTEP same L__	50	0.6529	0.05857	1.092e+03	964.4	1.283e+03	0.07317	0.004286
SMOOTHSTEP same L__	100	0.4757	0.1029	1.065e+03	957.2	1.132e+03	0.04167	0.004286
HERMITE_slope_matched__	0	0.5557	0.01714	270.7	108.5	1.122e+03	0.5	0.008571
HERMITE_slope_matched__	5	0.5443	0.01143	240	160	1.100e+03	0.25	0.002857
HERMITE_slope_matched__	15	0.6029	0.01286	565.7	132.3	1.084e+03	0.2222	0.002857
HERMITE_slope_matched__	30	0.5629	0.02571	1.098e+03	887	1.224e+03	0.2222	0.005714
HERMITE_slope_matched__	50	0.4486	0.04	1.101e+03	984.2	1.278e+03	0.1786	0.007143
HERMITE_slope_matched__	100	0.29	0.06571	1.087e+03	1.059e+03	1.120e+03	0.1957	0.01286

Вариант PHB с нулевым угловым шумом воспроизводит основной эффект с доверительными интервалами: доля выхода через щель 93,14 % [91,27; 95,02] %, доля выхода после многократных отражений 63,71 % [60,15; 67,28] %, θ80 для многократно отражённой ветви 86,2 мрад [83,0; 88,9]. Небольшое возмущение начального угла 5 мрад

сохраняет θ80 этой ветви около 84 мрад, а её оценочный показатель остаётся выше линейного контроля. Более сильные возмущения сокращают область начальных условий, обеспечивающих селекцию PHB, и расширяют угловое распределение выходного потока. Следовательно, эффект PHB не обладает неограниченной устойчивостью: это сильный механизм отбора при фокально-согласованном возбуждении, а не универсальный аттрактор произвольных лучей. При объёмном изотропном запуске результат значительно слабее, что подтверждает необходимость подходящих условий возбуждения или селекции усилением для реализации фокального закона PHB.

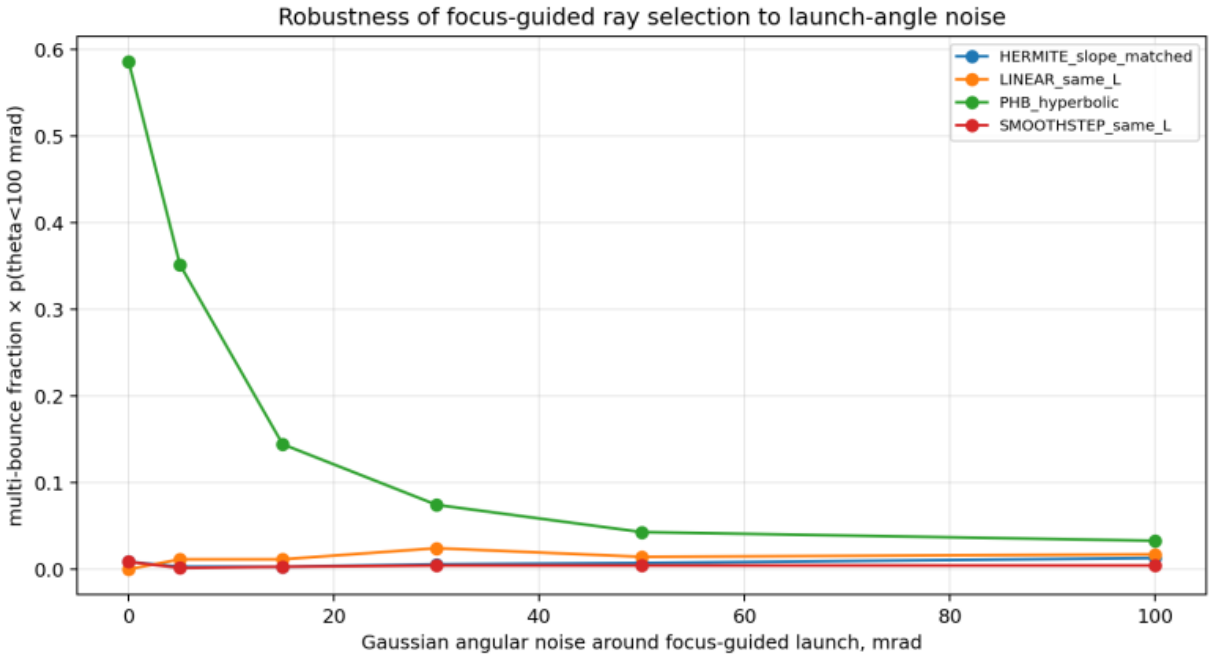

Рисунок 9. Устойчивость показателя параллельности многократно отражённого выхода к угловому шуму запуска. Ветвь PHB преобладает вблизи фокально-согласованного запуска, но деградирует по мере утраты фокальной направленности.

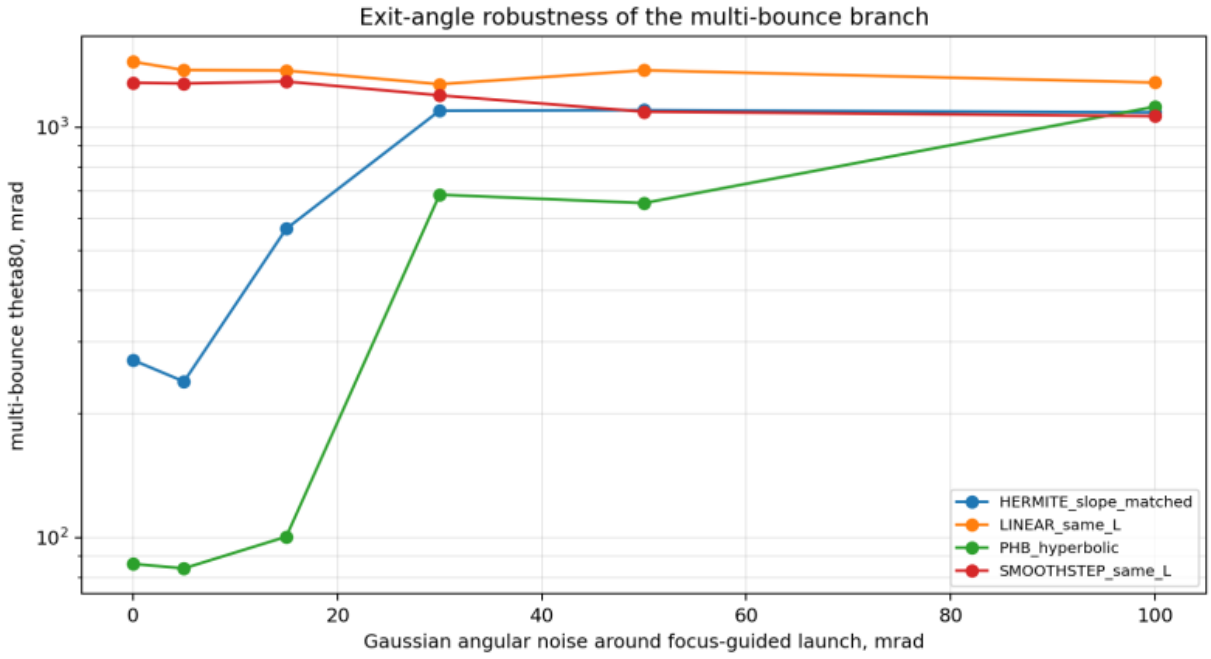

Рисунок 10. Зависимость θ80 многократно отражённого выхода от углового шума запуска. Логарифмическая шкала показывает, что негиперболические контроли обычно сохраняют очень широкое выходное распределение даже при большом количестве лучей, прошедших через щель.

9. Верификация перехода от лучей к волновому фронту и фазово-отобранного семейства лучей

9.1. Статистически представительная проверка перехода от лучей к волновому фронту

Одна лишь лучевая коллимация ещё не доказывает формирование лазерного пучка. Для лазерного излучения также необходима фазовая согласованность. Поэтому статистически представительное лучевое семейство преобразовывалось в приближённую модель волнового фронта с использованием координат выхода, плотности лучей, направлений и оптических длин пути. Этот этап расчёта по Гюйгенсу–Френелю позволяет поставить более строгий вопрос: если геометрия PHB обеспечивает полезное лучевое семейство, содержит ли оно уже когерентный, близкий к плоскому волновой фронт, который сформирует узкое дальнее поле?

Получен неоднозначный результат. Многократно отражённая ветвь PHB геометрически направлена, однако исходное распределение оптических путей не образует автоматически волновой фронт с дифракционно ограниченной расходимостью. При R2 = 0,08 для многократно отражённого семейства лучевые показатели высоки, но рассчитанное по Гюйгенсу дальнее поле остаётся широким. Иными словами, геометрия PHB эффективнее упорядочивает направления распространения, чем оптические фазы. В терминах лазерной физики она создаёт потенциальное семейство для резонаторного отбора, однако существование самой резонаторной моды ещё не доказано.

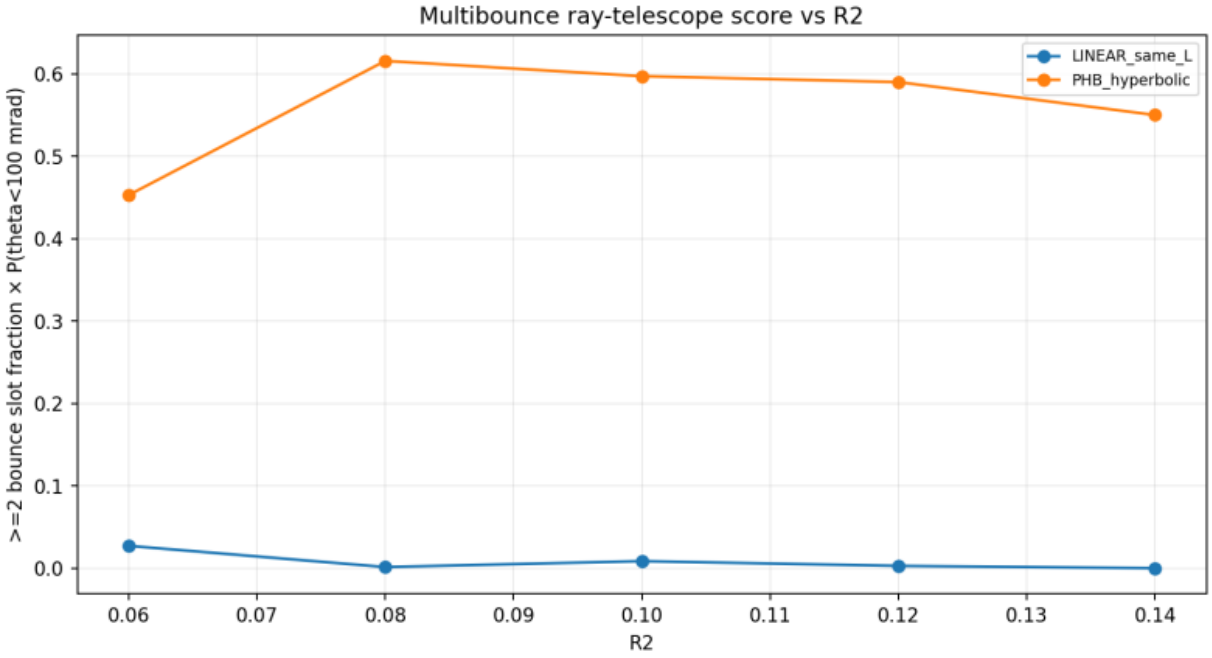

Рисунок 11. Зависимость показателя параллельности многократно отражённого выходного потока от R2 для фокально-направленного запуска. Интерпретация. Полезный диапазон узок: R2 около 0,08–0,10. Расширение щели

усиливает выход лучей, но ухудшает угловую селективность, поскольку через неё начинают проходить семейства с большими углами.

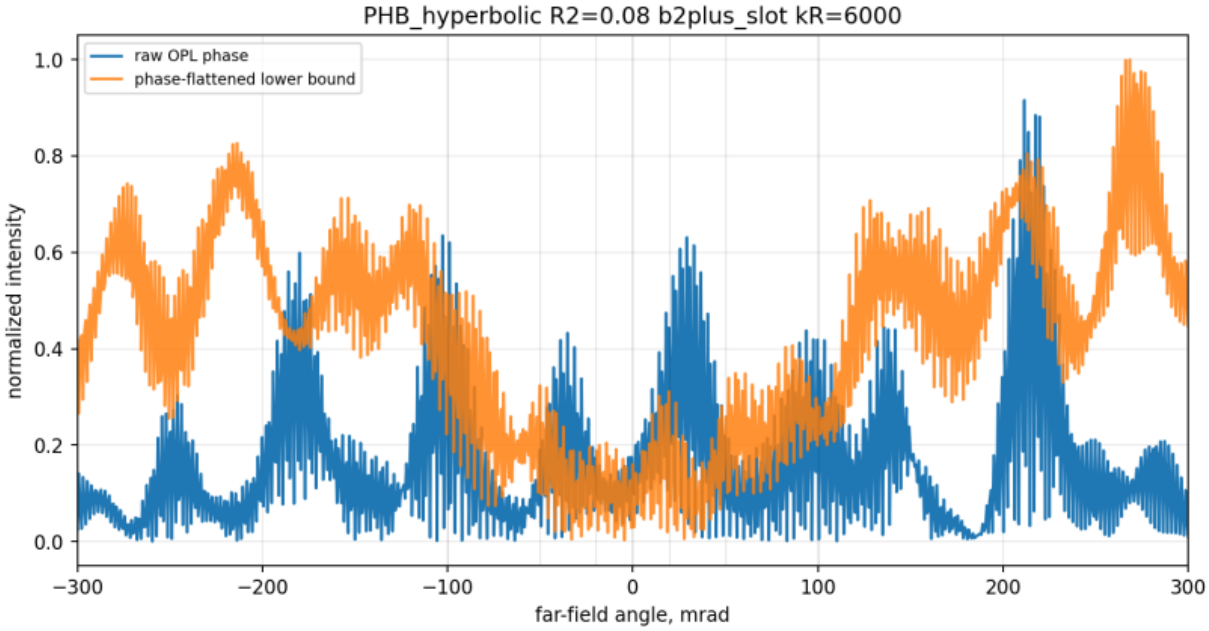

Рисунок 12. Реконструкция дальнего поля по Гюйгенсу–Френелю для многократно отражённого семейства PHB при kR = 6000.
Интерпретация. Данный результат является основным предупреждающим признаком: хотя лучевое семейство отобрано геометрически, восстановленное волновое поле пока не представляет собой узкий дифракционно ограниченный пучок.

9.2. Анализ лучевого семейства с отбором по фазе

Реальный резонатор не обязательно усиливает все лучи одинаково; преимущественно сохраняется фазово-согласованное семейство. Поэтому в фазовом анализе выходные многократно отражённые лучи группировались по оптической фазе $\varphi = kL_opt \bmod 2\pi$, после чего отбирались наиболее заполненные фазовые интервалы. Это не полноценный расчёт собственной моды Фокса–Ли, однако по физическому содержанию он ближе к резонаторной задаче, чем простое подсчитывание лучей.

Результат вновь показывает преимущество PHB перед линейным аналогом. При kR = 6000 и R2 = 0,08 фазовый интервал ±11,25° отбирает 113 лучей PHB, или 5,65 % от всех запущенных, при коэффициенте фазовой когерентности 0,993 и $\theta 80$ = 83,8 мрад. Для соответствующего линейного варианта отбирается лишь 17 лучей, $\theta 80$ составляет около 1399 мрад, а полезный оценочный показатель близок к нулю. При расширении фазового интервала до ±22,5° PHB сохраняет 197 лучей при $\theta 80$ = 85,2 мрад. Это убедительно свидетельствует о совместимости лучевого телескопического механизма PHB с фазовым отбором — по крайней мере на уровне отдельных лучевых семейств.

Тем не менее это ещё не самосогласованная когерентная лазерная мода. Лучевое семейство может быть фазово-когерентным в силу самого критерия отбора, но давать широкое преобразование апертуры, если его пространственное распределение, кривизна или остаточная структура оптических путей неблагоприятны. Поэтому успех фазового отбора является положительным промежуточным результатом, а не окончательным доказательством.

Таблица 12. Многократно отражённое семейство с отбором по фазе при kR = 6000.

Геометрия	R2	Фазовое окно	Отобрано лучей	Доля всех лучей	Когерентность	θ80, мрад	Доля <100 мрад	Показатель
PHB_hyperbolic	0.08	±11.25°	113	5.65%	0.993	83.8	94.7%	0.0531
LINEAR_same_L	0.08	±11.25°	17	0.85%	0.991	1399.0	11.8%	0.0010
PHB_hyperbolic	0.08	±22.50°	197	9.85%	0.974	85.2	94.9%	0.0910
LINEAR_same_L	0.08	±22.50°	25	1.25%	0.970	1444.6	0.0%	0.0000

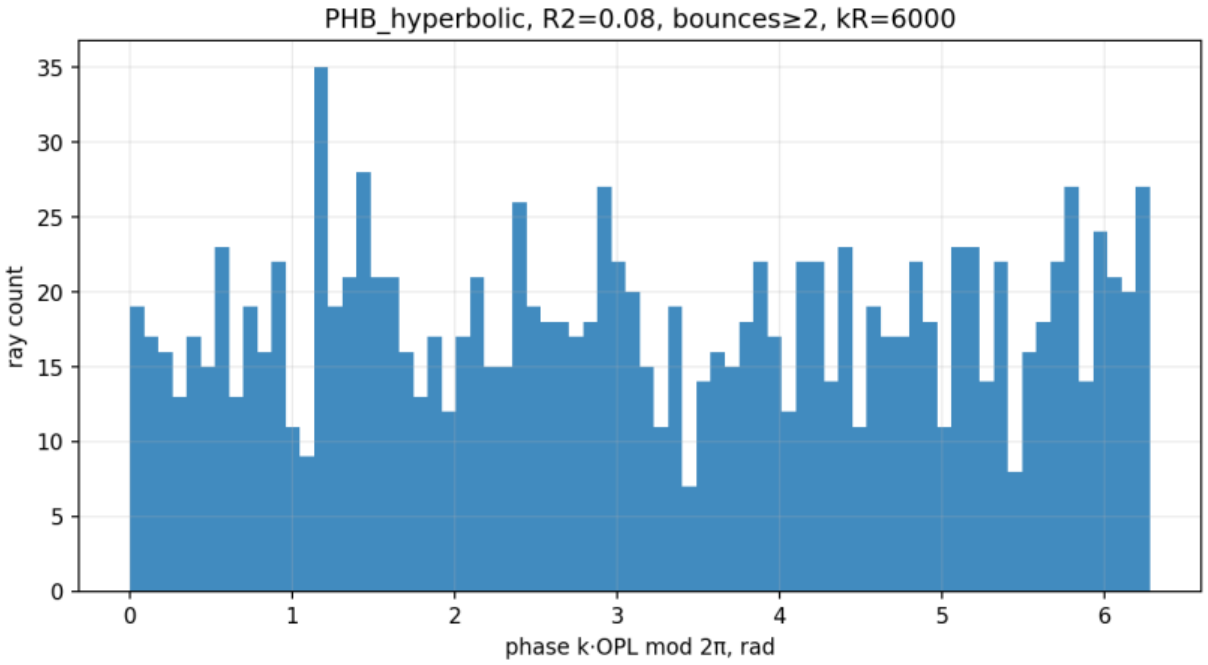

Рисунок 13. Распределение фаз PHB при R2 = 0,08 и kR = 6000. Интерпретация. Гистограмма показывает существование полезных фазовых подсемейств. Важен не факт когерентности всех лучей, а возможность выделить ненулевое и достаточно представительное когерентное подмножество.

9.3. Реконструкция поля в апертуре, фазовые веса и ограничения

На этапе Гюйгенса–Френеля лучевые данные преобразуются в приближённое скалярное поле выходной апертуры. Каждый выбранный выходной луч вносит комплексный фазор, фаза которого равна волновому числу k, умноженному на накопленную оптическую длину пути. Фазовое окно выбирает лучи, остаточная фаза которых попадает в заданный интервал относительно центра наиболее заполненного фазового диапазона. Фазовая когерентность определяется величиной $|\langle \exp(i\delta\varphi) \rangle|$. Среднеквадратическая разность оптического хода выражается как $OPD_RMS = \sqrt{\langle (\delta\varphi/2\pi)^2 \rangle}$ в длинах волн. Приближённый

коэффициент Штреля равен exp[−⟨δφ²⟩]. Дальнее поле рассчитывается посредством одномерного углового спектра по выбранным координатам и фазам выхода. Следовательно, речь идёт о двумерной меридиональной скалярной реконструкции, а не о полном трёхмерном дифракционном интеграле для кольцевой апертуры.

Это разграничение имеет существенное значение. Реальная трёхмерная кольцевая щель формирует кольцевую или бесселеподобную дифракционную структуру; для неё полезными показателями могут оказаться расходимость кольца, энергия конического излучения, чистота мод с орбитальным угловым моментом, этендю или яркость, а не стандартная направленность гауссова пучка через заполненную апертуру. Поэтому сравнение с классической заполненной апертурой корректно лишь для задачи получения узкого пучка. Оно намеренно оказывается неблагоприятным для кольцевой щели PHB, если целевая функция фактически состоит в формировании структурированного кольцевого или конического излучения.

Таблица 13. Диагностика апертуры и фазового распределения PHB при R2 = 0,10 для многократно отражённого подмножества с фазовым отбором ±45°.

R2	Всего лучей	Многократных	Отобрано ±45°	Доля всех	Доля многократных	Когерентность	OPD_RMS, λ	Прибл. Штрель
0.1	1.200e+03	800	233	0.1942	0.2913	0.892	0.07519	0.8

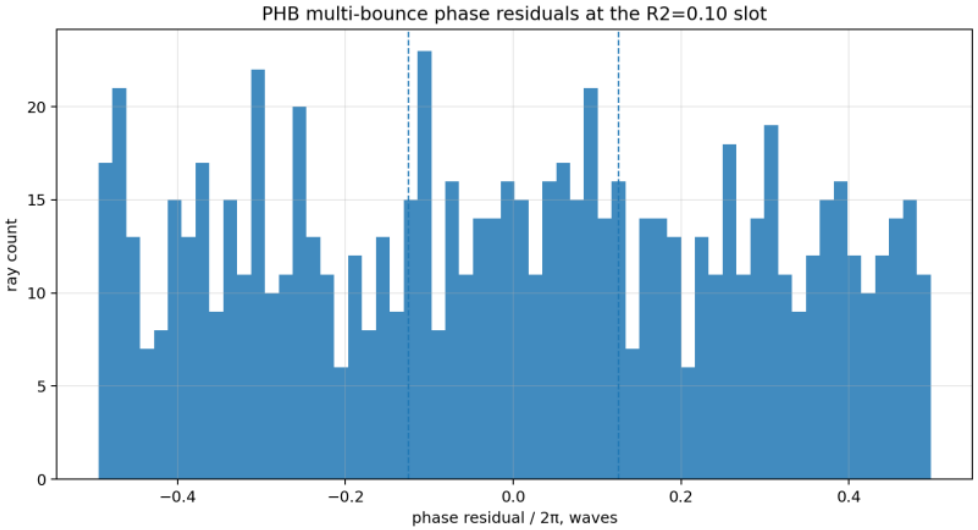

Рисунок 14. Гистограмма остаточных фаз многократно отражённого выходного семейства PHB при R2 = 0,10. Для выбранного подмножества ±45° получены OPD_RMS около 0,075 длины волны и приближённый коэффициент Штреля около 0,80 в двумерной модели.

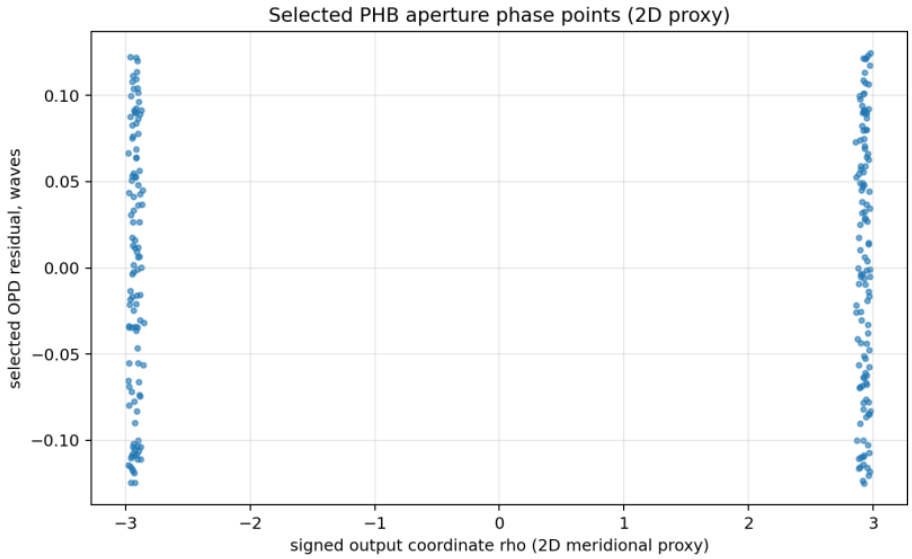

Рисунок 15. Остаточные отклонения оптического пути отобранного семейства в зависимости от знаковой выходной координаты в меридиональном приближении. График показывает, почему хорошая внутренняя фазовая когерентность подмножества может сочетаться с широким реконструированным дальним полем.

10. Дальнее поле по гюйгенсу–френелю и результаты упрощённой модели Фокса–Ли/Френеля

10.1. Реконструкция дальнего поля многократно отражённого семейства PHB по Гюйгенсу–Френелю

Решающим отрицательным результатом стала реконструкция дальнего поля. Для PHB при R2 = 0,08 и kR = 6000 фазово-отобранные окна с высокой внутренней когерентностью всё же дают θ80 порядка 279–284 мрад. В пределах ±100 мрад находится лишь около 14–17 % мощности дальнего поля. Даже искусственное выравнивание фазы в упрощённой реконструкции не превращает результат в пучок с расходимостью, близкой к дифракционному пределу. Следовательно, оставшаяся проблема связана не только со случайными фазовыми различиями, но и с эффективным распределением поля по выходной апертуре и структурой волнового фронта кольцевого семейства.

10.2. Сравнение на основе упрощённой модели Фокса–Ли/Френеля

Упрощённая модель Фокса–Ли/Френеля приводит к тому же выводу при сравнении PHB с классической заполненной апертурой: модель классической апертуры формирует значительно более концентрированное дальнее поле. Нет необходимости утверждать, что этот упрощённый классический вариант исчерпывающе описывает любой реальный CO_2-лазерный телескопический резонатор. Достаточно установить, что текущая модель PHB пока не соответствует уровню требований, необходимому для заявления о превосходстве при формировании узкого пучка. Необходимое доказательство преимущества CO_2-резонатора отсутствует.

Таблица 14. Характеристики дальнего поля по Гюйгенсу–Френелю для PHB с фазовым отбором при R2 = 0,08 и kR = 6000.

Фазовое окно PHB	Отобрано лучей	Когерентность	Исходная энергия <100 мрад	Исходная θ80	При плоской фазе	При плоской фазе θ80

					<100 мрад	
±11.25°	113	0.993	16.9%	279.0	17.1%	277.5
±22.50°	197	0.974	14.0%	283.5	14.1%	283.0
±45.00°	355	0.891	14.6%	287.5	14.6%	280.0

Этот отрицательный результат нельзя считать неудачей статьи: он составляет один из её основных научных итогов. Он разграничивает геометрическую лучевую селекцию и вывод когерентного излучения с высоким дифракционным качеством. Без такого разграничения преимущества концепции PHB были бы преувеличены. При его соблюдении статья становится воспроизводимым основанием для научного решения: лучевой механизм подтверждён, а интерпретация в качестве резонатора узкопучкового лазера остаётся недоказанной.

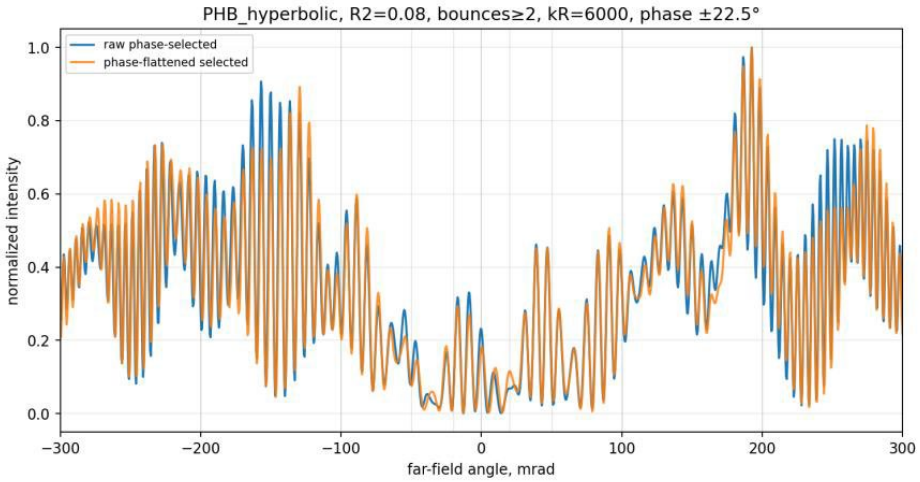

Рисунок 16. Дальнее поле фазово-отобранного семейства PHB при kR = 6000 и фазовом окне ±22,5°.

Интерпретация. Это основной отрицательный результат по дальнему полю: лучевое семейство выделено, но его волновой выход слишком широк, чтобы утверждать достижение дифракционного предела.

Этот результат не следует трактовать как опровержение самого гиперболического механизма лучевой селекции. Он устанавливает иное, более строгое обстоятельство: из отобранного семейства автоматически не возникает узкое дальнее поле, аналогичное полю заполненной апертуры. Узкая гистограмма направлений лучей, малая OPD_RMS в выбранном подмножестве и высокий приближённый коэффициент Штреля недостаточны, если эффективное распределение по апертуре остаётся кольцевым, разреженным или сильно структурированным. Поэтому PHB может сохранять перспективность для структурированного кольцевого и конического вывода, хотя на данном упрощённом уровне не конкурентоспособен по обычной узкопучковой метрике заполненной апертуры.

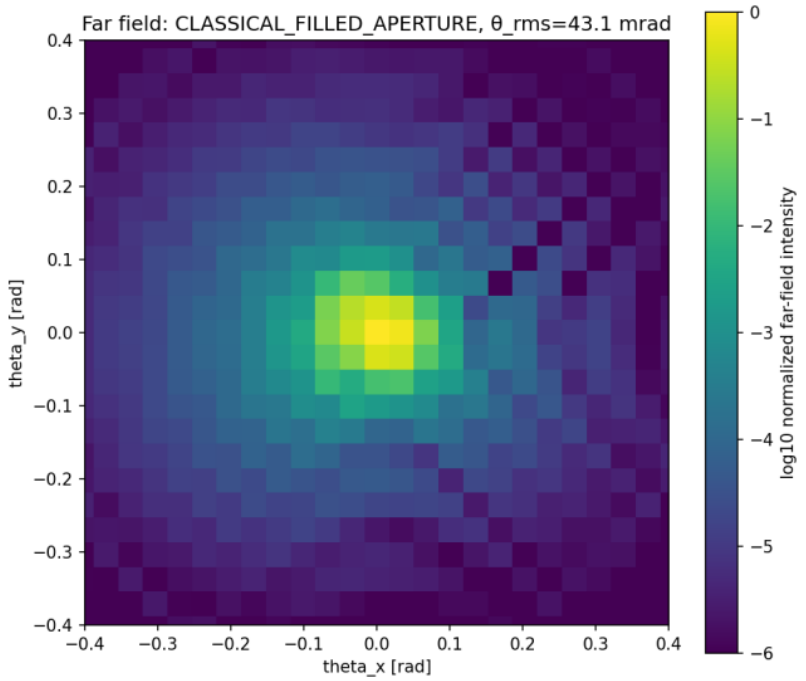

Рисунок 17. Дальнее поле наилучшей классической модели с заполненной апертурой в упрощённом сравнении по Фоксу–Ли/Френелю.
Интерпретация. Классическая модель естественным образом благоприятствует излучению мод низких азимутальных порядков через заполненную апертуру и потому демонстрирует гораздо лучшие узкопучковые показатели в данном приближении.

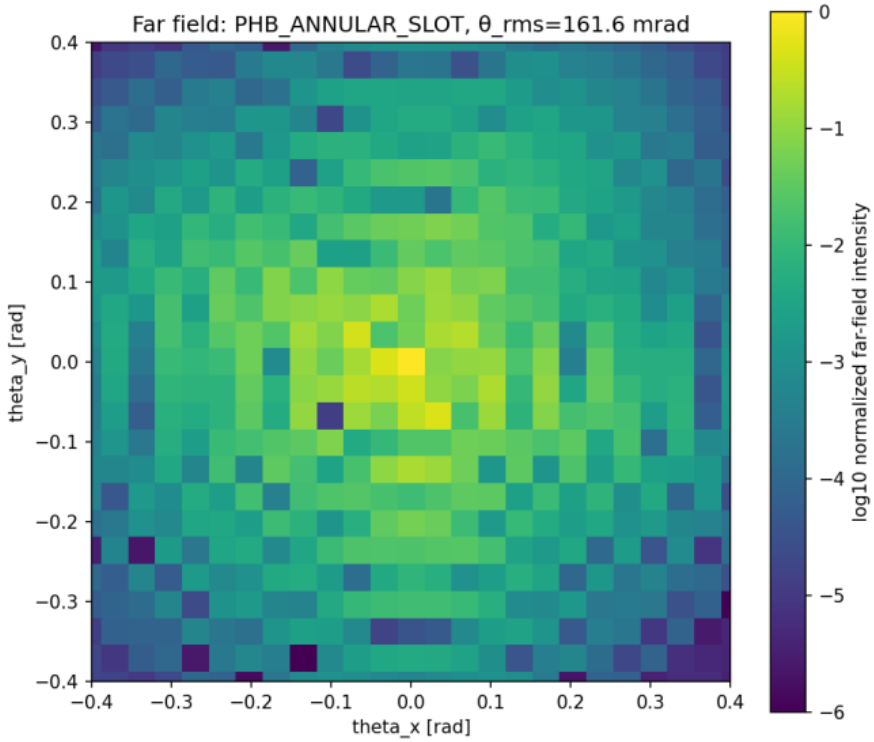

Рисунок 18. Дальнее поле наилучшей модели PHB с кольцевой щелью для низкого m в том же сравнении.

Интерпретация. Весовой учёт плотности лучей улучшает выход РНВ, однако дальнее поле остаётся гораздо шире, чем у классической заполненной апертуры.

10.3. Вынужденный отклик низких m и классическая телескопическая модель с заполненной апертурой

Для получения узкого пучка результата для больших m недостаточно. Хотя высокоазимутальные состояния могут локализовать энергию в кольцевой области, их азимутальная фазовая структура не является естественным способом формирования осевого пучка малой расходимости. Поэтому моды низкого порядка, прежде всего m = 0–2, проверялись в упрощённой задаче вынужденного отклика, а затем посредством поперечной модели Фокса–Ли/Френеля. Объектом сравнения выступал не только линейный аналог, но и классическая телескопическая модель с заполненной апертурой, представляющая традиционный путь формирования выходного поля низкого порядка.

Упрощённое сравнение Фокса–Ли/Френеля не поддержало утверждение о превосходстве РНВ. Наилучший вариант классической заполненной апертуры имел θ80 = 48,1 мрад, содержал 98,6 % энергии в пределах 100 мрад и обладал показателем направленности 477,89. Для наилучшего варианта РНВ с кольцевой щелью и низким m получены θ80 = 198,3 мрад, 45,3 % энергии в пределах 100 мрад и показатель направленности лишь 2,48. Это не означает, что построена исчерпывающая модель реального классического CO_2-резонатора; однако в рамках рассматриваемой модели РНВ не выигрывает проверку формирования узкого когерентного пучка.

Данное сравнение следует понимать как приближённую эталонную проверку узкопучкового излучения, а не как полную модель всех возможных классических CO_2-резонаторов. Его задача — установить, достигает ли РНВ с кольцевой щелью стандартного узкопучкового уровня заполненной апертуры. В выполненном расчёте этого не происходит.

Таблица 15. Сравнение формирования узконаправленного излучения в упрощённых моделях Фокса–Ли/Френеля.

Вариант	m	kR	R2	Множитель лучей	Доля выхода	Энергия кольца ±10 % R	θ80, мрад	EE100	Направленность	Фазовая когерентность
Классическая модель с заполненной апертурой	2	60	0.00	0	99.54 %	4.58%	48.1	98.6%	477.89	0.903
Наилучшая модель РНВ с низким m и кольцевой щелью	2	60	0.36	13	18.28 %	20.30%	198.3	45.3%	2.48	0.783

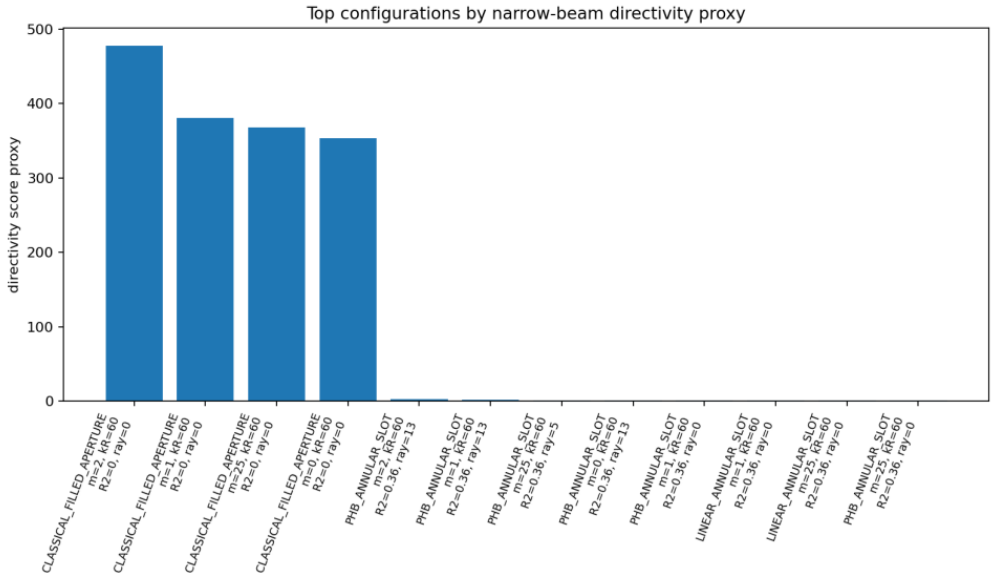

Рисунок 19. Наилучшие показатели направленности в упрощённой модели Фокса–Ли/Френеля.
Интерпретация. По данной метрике преобладает классическая заполненная апертура. Это основной отрицательный результат для утверждения, что геометрия PHB с кольцевой щелью уже является более эффективным телескопическим CO_2-резонатором для узкого пучка.

11. Заключительный комплекс упрощённых проверок применимости к лазерному резонатору

Для более непосредственной оценки интерпретации PHB как лазерного резонатора был выполнен заключительный комплекс из четырёх блоков упрощённых проверок. Этот комплекс не заменяет полновекторного решения уравнений Максвелла. Его задача — определить, оставляют ли существующие лучевые и волновые результаты правдоподобную возможность создания узкопучкового лазера либо текущую PHB-геометрию следует трактовать более ограниченно — как кольцевой селектор лучей, использующий фокальные свойства.

11.1. Блок A: карта зависимости R2 — фаза — дальнее поле

В блоке A изменяются ширина кольцевой щели R2 и полуширина фазового интервала отбора. Наилучшие варианты PHB показывают, что полезный диапазон R2 не является произвольным. При R2 около 0,10–0,12 доля выхода через щель велика, доля многократно отражённого выхода остаётся значительной, а θ80 отобранного семейства лучей сохраняется на уровне приблизительно 80–100 мрад. OPD_RMS может составлять около 0,07 длины волны, что соответствует приближённому коэффициенту Штреля порядка 0,8 для отобранного подмножества. Однако рассчитанное по Гюйгенсу–Френелю дальнее поле остаётся широким: θ80 составляет сотни миллирадиан, а внутри ±100 мрад заключена лишь умеренная доля мощности. Именно это разграничение между селекцией лучей и дифракционным качеством вывода является решающим.

Таблица 16. Блок A: наилучший вариант PHB для каждого R2 в карте R2 — фаза — дальнее поле.

R2	Фазовое окно	Выход через щель	Многократный выход	OPD RMS	Штрель	Отбор θ80, мрад	Дальнее поле θ80, мрад	EE100	Показатель
0.04	±45.0°	55.56 %	26.22%	0.077 λ	0.790	56.5	307	9.25%	0.000521
0.06	±45.0°	78.22 %	48.89%	0.071 λ	0.820	80.3	334	11.88 %	0.001140
0.08	±45.0°	92.22 %	64.22%	0.075 λ	0.802	86.6	341	13.53 %	0.001663
0.10	±45.0°	98.22 %	69.78%	0.075 λ	0.801	91.2	347	10.91 %	0.001384
0.12	±45.0°	97.56 %	67.67%	0.072 λ	0.817	84.1	314	16.51 %	0.002622
0.14	±45.0°	99.44 %	65.78%	0.079 λ	0.783	86.9	336	18.34 %	0.002077
0.16	±45.0°	99.78 %	31.33%	0.073 λ	0.812	80.3	410	15.72 %	0.000700
0.18	±45.0°	99.56 %	1.56%	0.078 λ	0.785	60.3	453	14.55 %	0.000035
0.20	±5.6°	99.33 %	0.00%	nan λ	0.000	nan	nan	0.00%	0.000000

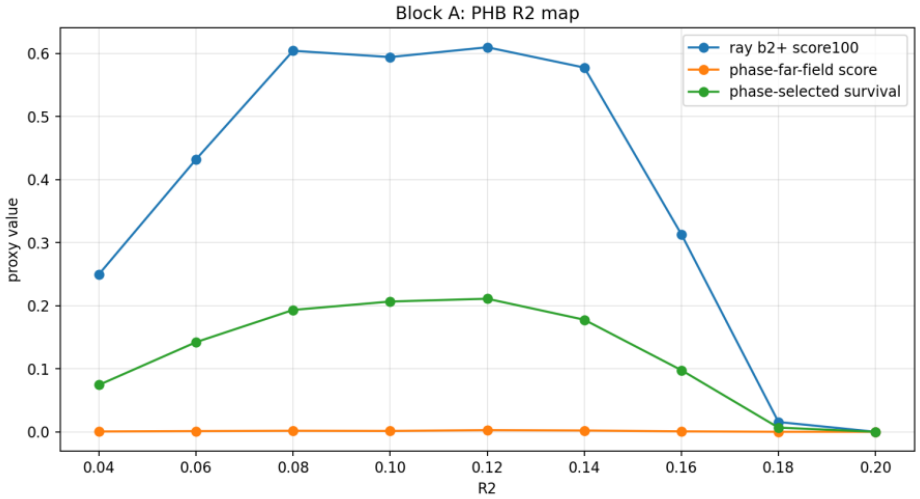

Рисунок 20. Карта R2 — фаза — дальнее поле для кольцевой щели PHB, блок A. Интерпретация. Полезный диапазон R2 сосредоточен около 0,10–0,12. Лучевая селекция остаётся сильной, но оценочный показатель дальнего поля остаётся небольшим.

11.2. Блок B: PHB и согласованные контрольные поверхности в единой вычислительной процедуре

Блок B даёт наиболее существенный положительный результат заключительной проверки. PHB сопоставляется с LINEAR, SMOOTHSTEP, POLY2, HERMITE_slope_matched и VOLUME_matched в полностью одинаковой процедуре перехода от лучей к волновому фронту. Цель теста — проверить возможное возражение: не объясняется ли преимущество PHB исключительно наклоном, размером апертуры, объёмом или общей рупорообразной формой? Результат показывает, что PHB остаётся лучшей из проверенных геометрий по селекции многократно отражённого выхода при фокально-направленном запуске. Доли выхода через щель и многократно отражённого выхода значительно превышают контрольные, а углы выбранных лучей существенно меньше. Это подтверждает, что гиперболический фокальный закон вносит реальный вклад в механизм селекции.

Таблица 17. Блок B: сравнение PHB с контрольными геометриями в единой процедуре перехода от лучей к волновому фронту.

Геометрия	R2	Фаза	Выход через щель	Многократный выход	b2+ score 100	Доля отбора	OPD RMS	Штрель	Отбор θ80	Дальнее поле θ80	EE100
PHB hyperbolic	0.10	±45°	98.00%	70.38%	60.62%	20.00%	0.074 λ	0.806	93.7	332	14.92%
SMOOTHSTEP_same_L	0.12	±45°	80.38%	9.25%	0.62%	3.00%	0.071 λ	0.820	1100.3	492	19.12%
LINEAR same L	0.08	±45°	68.00%	10.50%	1.12%	3.62%	0.083 λ	0.762	1404.1	450	14.04%
POLY2 same L	0.14	±45°	80.25%	9.38%	0.75%	3.12%	0.084 λ	0.755	1365.6	496	14.91%
VOLUME_matched_poly	0.08	±45°	13.75%	3.38%	0.00%	1.25%	0.078 λ	0.787	1106.9	471	19.79%
HERMITE_slope_matched	0.08	±45°	49.00%	1.88%	0.25%	1.00%	0.093 λ	0.713	239.4	480	17.11%

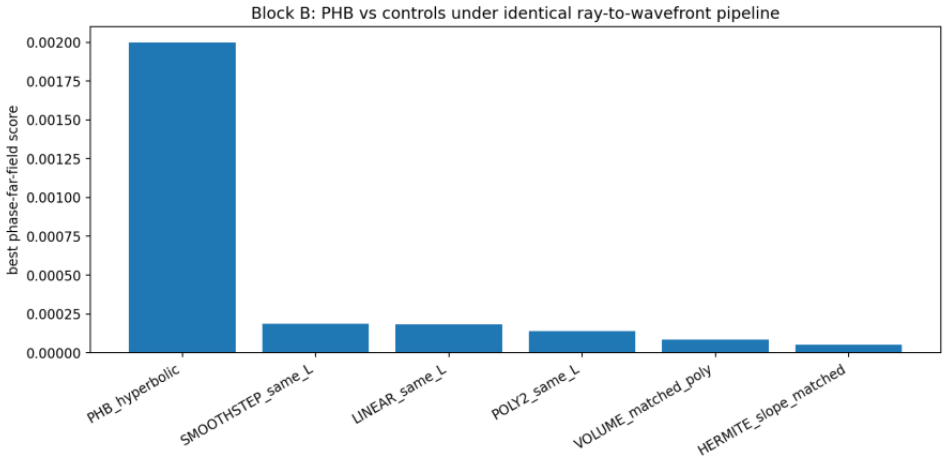

Рисунок 21. Блок B: наилучший показатель фаза — дальнее поле для каждой геометрии в единой вычислительной процедуре.
Интерпретация. В данной процедуре PHB — лучший из проверенных селекторов фокально-направленных лучей; однако полученный показатель всё ещё не соответствует критерию узкопучкового лазера.

В то же время блок B подтверждает главное ограничение. Даже для PHB показатель дальнего поля остаётся небольшим. Геометрия формирует полезное лучевое семейство, но это семейство автоматически не превращается в узкий пучок с заполненной апертурой. Поэтому корректно утверждать не «PHB превосходит классический CO_2-резонатор», а «PHB превосходит проверенные негиперболические контроли как фокально-направленный кольцевой селектор лучей, но на данном уровне упрощённой модели не удовлетворяет требованию узкого дальнего поля».

11.3. Блок C: упрощённая модель Фокса–Ли/Френеля с объёмным усилением

Таблица 18. Блок C: лучшие варианты упрощённой модели Фокса–Ли/Френеля с объёмным усилением.

Геометрия	m	kR	R2	Доля выхода	θ80, мрад	EE100	Фазовая когерентность	Оценка дальнего поля
классическая заполненная апертура	0	120	0.00	99.45%	38.0	99.75%	0.478	444.265
классическая заполненная апертура	2	60	0.00	99.49%	48.1	98.43%	0.889	437.993
классическая заполненная апертура	1	60	0.00	99.47%	48.1	98.58%	0.832	367.817
классическая заполненная апертура	0	60	0.00	99.32%	68.0	97.55%	0.742	274.079
классическая заполненная	1	120	0.00	99.30%	38.0	99.61%	0.343	247.563

апертура								
классическая заполненная апертура	2	120	0.00	99.28%	48.1	99.60%	0.173	120.937
кольцевая щель phb	25	120	0.10	4.08%	152.1	58.79%	0.404	0.644
кольцевая щель phb	1	120	0.10	4.18%	156.7	54.70%	0.225	0.318

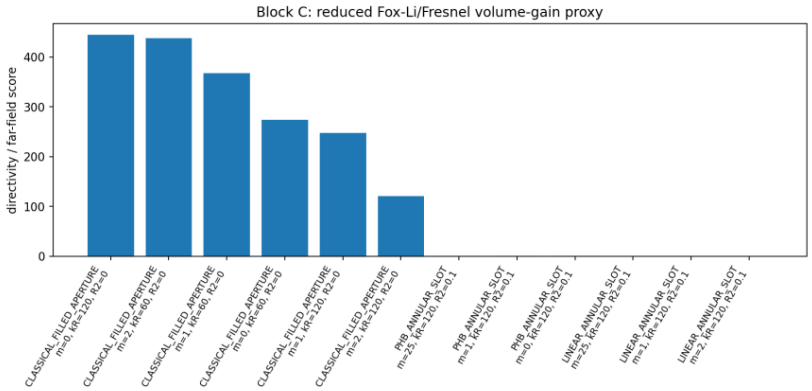

Рисунок 22. Блок C: наибольшие значения показателя в упрощённой модели Фокса–Ли/Френеля с объёмным усилением.
Интерпретация. В метрике узкого пучка упрощённой модели Фокса–Ли/Френеля преобладают классические варианты с заполненной апертурой.

Блок C проверяет, способен ли скалярный процесс многократных обходов, моделирующий объёмное усиление, естественным образом отбирать полезную выходную моду PHB. Полученный результат неблагоприятен для утверждения о традиционном узкопучковом лазере. Классические варианты с заполненной апертурой лидируют по показателю дальнего поля. Для лучших классических вариантов характерны намного меньшие θ80 и значительно большая доля энергии внутри ±100 мрад. Варианты PHB с кольцевой щелью способны сохранять структуру, связанную с кольцом, но доли выходной мощности и показатели дальнего поля остаются намного ниже классической модели. Следовательно, в текущей геометрии PHB в упрощённом приближении Фокса–Ли/Френеля не проявляет свойств самопроизвольно отбираемой моды CO_2-телескопа с малой расходимостью.

11.4. Блок D: согласованное дифракционное сравнение с классическими апертурами

В блоке D сопоставляется идеальная дифракция при плоской фазе через классические заполненные апертуры и идеализированную кольцевую щель PHB. Это намеренно строгий эталон. Даже при абсолютно плоской фазе кольцевая щель имеет большую дифракционную ширину, чем заполненная апертура сравнимой площади при kR = 6000. Причина геометрическая: узкая кольцевая апертура закономерно создаёт иной угловой спектр, чем заполненный диск. Это не обесценивает PHB как концепцию резонатора для кольцевого или конического излучения, однако ослабляет предположение о превосходстве над классическим телескопическим резонатором с заполненной апертурой при формировании узкого гауссоподобного пучка.

Таблица 19. Блок D: сравнение согласованных классических апертур при kR = 6000.

Вариант	Радиус апертуры	Площадь выхода	θ80, мрад	θrms, мрад	EE100
классическая заполненная апертура равной площади	0.937	2.737	1.521	5.083	100.00%
классическая полная заполненная апертура	3.300	34.243	0.481	2.722	100.00%
кольцевая щель phb с идеально плоской фазой	3.000	2.772	10.975	12.709	100.00%

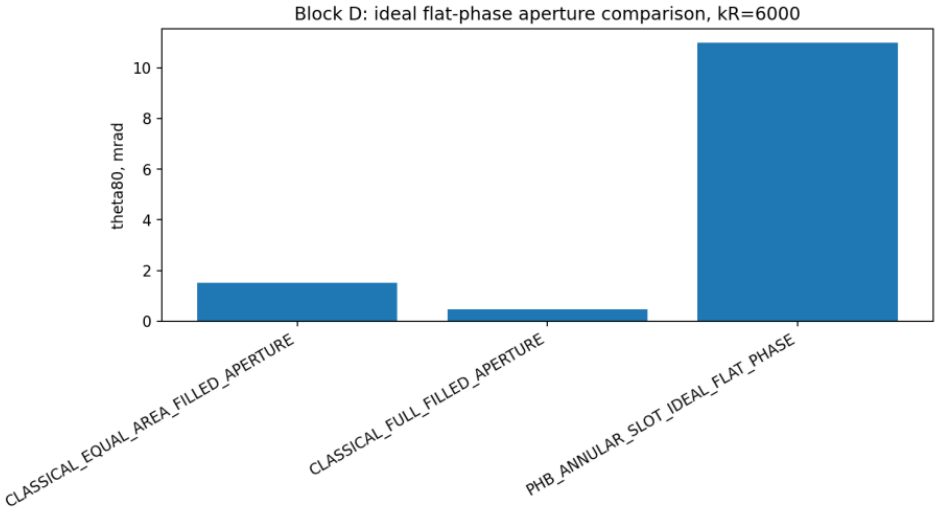

Рисунок 23. Блок D: сравнение θ80 согласованных апертур при kR = 6000. Интерпретация. Даже идеальная кольцевая щель PHB с плоской фазой имеет более широкую диаграмму, чем классическая заполненная апертура. Это ограничение обусловлено геометрией дифракции.

12. Обобщение научных результатов

Заключительный комплекс проверок разрешает основную неопределённость. Резонатор PHB — не просто обычный рупорообразный профиль: он обладает воспроизводимым механизмом фокально-направленной селекции лучей после многократных отражений. Этот механизм проявляется сильнее, чем у проверенных негиперболических контрольных поверхностей. Именно это составляет положительный научный результат и должно рассматриваться как центральное утверждение о новизне. Механизм имеет геометрическую природу: внешние фокусы гиперболической образующей упорядочивают направления внутренних лучей, несмотря на своё расположение за пределами материальной полости.

Те же расчёты исключают завышенную трактовку результата. Для лазерного резонатора, формирующего узкий CO_2-пучок, недостаточно одной лучевой селекции. Требуются фазово-согласованное поле в апертуре и доминирующая мода полного обхода с малой расходимостью. В используемых приближённых расчётах Гюйгенса–Френеля и Фокса–

Ли/Френеля кольцевая щель РНВ не создаёт узкого пучка с расходимостью, близкой к дифракционному пределу, и не превосходит классическую заполненную апертуру. Поэтому РНВ следует представлять как новую фокально-направленную кольцевую резонаторную геометрию, а не как доказанную замену традиционным телескопическим CO_2-резонаторам.

Наиболее реалистичная техническая область применения не связана с обычным гауссоподобным выходным пучком. Результаты указывают на исследования кольцевого, конического и структурированного излучения, включая моды, аналогичные состояниям с орбитальным угловым моментом; на мощные системы, в которых гладкая макроскопическая граница предпочтительнее чувствительных микроструктурированных оптических элементов; а также на резонаторы и волноводы, где полезен сам механизм фокально-направленной многократной лучевой селекции, даже если дальнее поле не является гауссовым. В этой области РНВ может быть ценен именно вследствие отличия от обычного резонатора с заполненной апертурой: геометрия формирует структурированное кольцевое семейство выходного излучения.

Следующий необходимый этап проверки — уже не очередной график скалярной трассировки лучей. Требуется полноценная либо высокоточная векторная волновая модель с импедансом стенок, открытыми границами или поглощающими слоями PML, выводом излучения, усилением и самосогласованной модой полного обхода. Проведённые приближённые расчёты определяют конкретные вопросы для такой модели: может ли фокально-направленная ветвь РНВ стать устойчивым резонансным полем; возможна ли самосогласованная организация его фазы; может ли выходное излучение быть полезным в мощных приложениях с негауссовой структурой.

13. Итоговая матрица решений: подтверждённые и неподтверждённые утверждения

Итоговая матрица отделяет утверждения, подтверждённые последовательностью упрощённых проверок, от утверждений, для которых доказательств на текущем уровне моделирования нет. Это принципиально важно для научной интерпретации РНВ-резонатора с кольцевой выходной щелью. Положительный результат не представляет собой общего доказательства лазерной генерации. Он является подтверждённым геометрическим результатом на уровне упрощённой модели: открытый РНВ формирует фокально-направленную ветвь многократно отражённых лучей, значительно более выраженную, чем у линейного аналога равной длины в проверенной лучевой телескопической процедуре.

Не менее важен отрицательный результат. Те же расчёты не демонстрируют пучок с дифракционно ограниченной расходимостью, не устанавливают существования самосогласованной лазерной собственной моды и не показывают превосходства над классической телескопической моделью CO_2-резонатора с заполненной апертурой по обычной узкопучковой метрике. Поэтому РНВ следует рассматривать как геометрию резонатора со структурированным кольцевым выходом и подтверждённым механизмом лучевой селекции, но не как завершённое доказательство превосходства CO_2-лазерного резонатора.

Таблица 20. Итоговая матрица решений по упрощённой последовательности верификации.

Проверка	Статус	Лучший РНВ	Контроль	Контрольное значение	Отношение

Эталонная закрытая скалярная проверка C2	C2 выполнен, уникальность не установлена	0.7468	Тороидальное замыкание и линейные воронки	0.7343	1.02
Скалярная оценка открытой кольцевой щели и вывода	Подтверждено относительно проверенных негиперболических контролей	15.12	double_cone_no_torus	12.84	1.18
Фокально-направленная коллимация в лучевой телескопической модели	Подтверждено относительно линейного аналога в геометрической оптике	0.613	Линейный аналог той же длины L	0.0055	111
Многократно отражённое семейство с фазовым отбором	Подтверждено относительно линейного аналога, но не доказывает лазерное дальнее поле	0.05311	Линейный аналог той же длины L	0.0009914	53.6
Дальнее поле Гюйгенса–Френеля для фазово-отобранного семейства PHB	Критерий дифракционно ограниченного выхода не выполнен	279	Целевое: почти дифракционный предел, θ80 — несколько мрад при kR = 6000	5	55.8
Упрощённое сравнение Фокса–Ли/Френеля с классической заполненной апертурой	Преимущество над классической узкопучковой моделью не подтверждено	2.484	Классическая модель с заполненной апертурой	477.9	0.0052

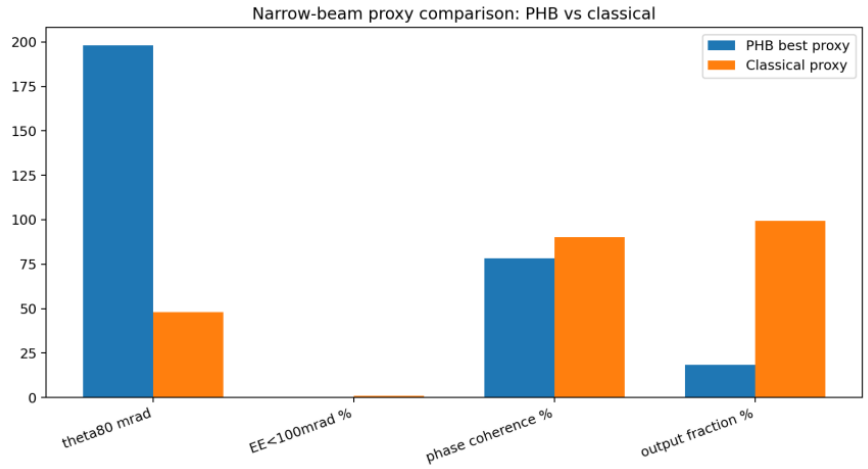

Рисунок 24. Сравнение PHB и классической модели по характеристикам качества узкого пучка.

Интерпретация. В сравнении узкого когерентного пучка выигрывает классическая модель. Поэтому исследование не подтверждает преимущество PHB в качестве замены традиционного телескопического CO_2-резонатора.

13.1. Подтверждённые утверждения

Выполненные упрощённые расчёты подтверждают следующие положения. Во-первых, при условиях запуска, согласованных с внешними фокусами гиперболической образующей, открытая PHB-геометрия формирует воспроизводимую фокально-направленную ветвь лучей с многократными отражениями. Во-вторых, эта ветвь значительно сильнее соответствующего эффекта в линейной воронке той же длины в проверенной телескопической лучевой процедуре. В-третьих, в одинаковой процедуре перехода от лучей к волновому фронту PHB превосходит проверенные негиперболические контроли по критерию фокально-направленной селекции. В-четвёртых, гиперболическое фокальное построение является реальным фактором наблюдаемой лучевой селекции и не может быть сведено к простой трактовке «обычный рупор с выходной щелью».

13.2. Неподтверждённые утверждения

Выполненные упрощённые расчёты не позволяют утверждать следующее. Не продемонстрирован действующий CO_2-лазер. Не показан выходной пучок с дифракционно ограниченной расходимостью. Не доказано превосходство над оптимизированными классическими неустойчивыми или телескопическими резонаторами в условиях реальной лазерной работы. Не получено полное трёхмерное векторное решение уравнений Максвелла. В моделях не учтены импеданс стенок, насыщение усиления, тепловая нагрузка, физика газового разряда, оптимизированный вывод излучения и произвольные косые лучи с ненулевым азимутальным угловым моментом. Не установлено, что отобранное семейство лучей является самосогласованной собственной лазерной модой.

13.3. Границы интерпретации упрощённых моделей

Научно обоснованный вывод занимает промежуточное положение. PHB не является просто обычным рупором с щелью, поскольку гиперболическое фокальное построение создаёт измеримый эффект селекции. Вместе с тем PHB пока не прошёл проверку в качестве высокоэффективного CO_2-лазерного резонатора. Наиболее обоснованно рассматривать открытый PHB как резонаторную геометрию со структурированным

кольцевым выходом, требующую дальнейшей трёхмерной векторно-волновой верификации, прежде всего для кольцевого, конического и OAM-подобного излучения.

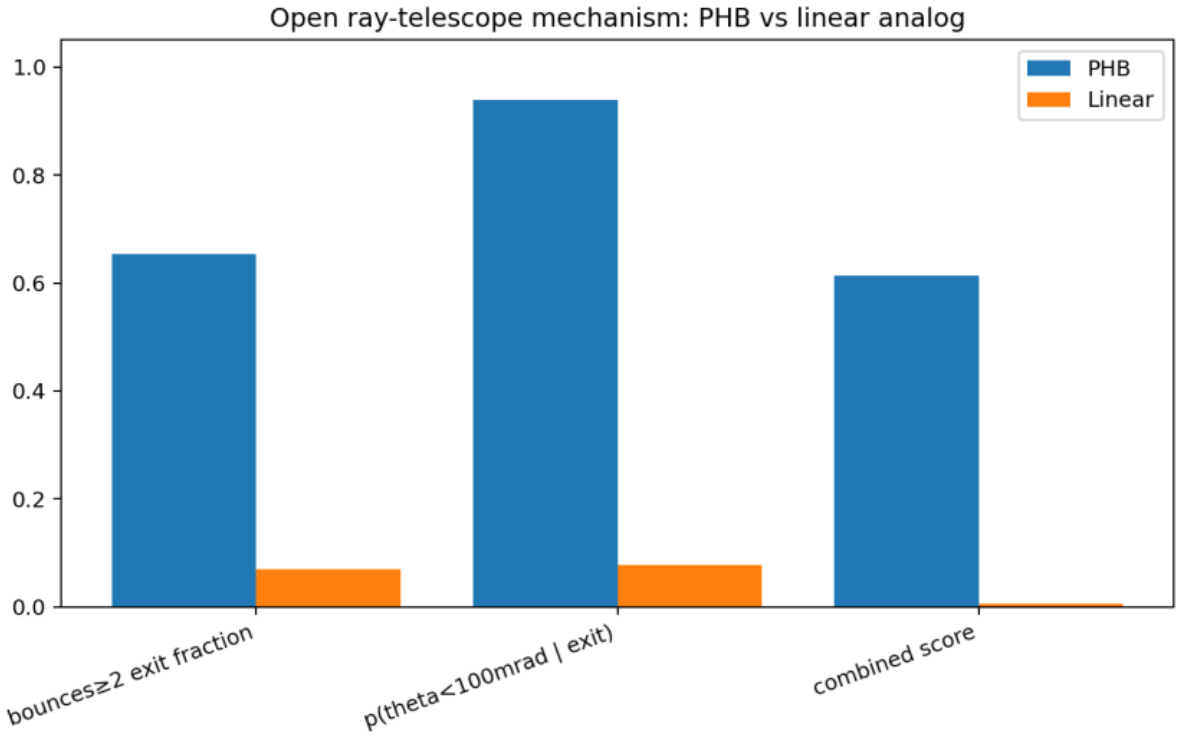

Рисунок 25. Сравнение PHB с линейным аналогом в лучевом телескопическом тесте. Интерпретация. Это наиболее выразительный положительный график для PHB: он показывает механизм фокально-направленной лучевой селекции открытой гиперболической геометрии, который линейная воронка той же длины не воспроизводит.

14. Возможные технические применения и дальнейшая программа верификации

Наиболее реалистичная область технического применения, на которую указывают выполненные расчёты, — не замена обычных телескопических CO_2-резонаторов с заполненной апертурой для получения узких гауссоподобных пучков, а системы со структурированным выходным излучением. В оптических и инфракрасных резонаторах PHB может представлять интерес, когда требуются кольцевая, коническая или вихреобразная структура поля и сама геометрия выхода является частью функционального замысла. В таком случае более широкий угловой спектр не обязательно следует считать недостатком, если целевым результатом является структурированный, а не обычный пучок с заполненной апертурой.

Вторая возможная область — волновая инженерия мощного излучения с гладкими границами. Многие методы формирования структурированного света опираются на чувствительные дифракционные или микроструктурированные элементы. Макроскопическая гладкая металлическая или диэлектрическая граница, создающая отобранное кольцевое выходное семейство исключительно за счёт геометрии, может оказаться привлекательной в режимах, где миниатюрные оптические элементы подвержены тепловым или механическим повреждениям. Пока это предположение остаётся гипотетическим, но оно согласуется с основным положительным результатом: механизм PHB обусловлен аналитической формой границы, а не хрупкой внутренней микроструктурой.

Дальнейшая программа проверки достаточно определённа. Прежде всего необходима высокоразрешающая осесимметричная либо полная трёхмерная векторная волновая модель с открытыми границами или PML, импедансными стенками и физически содержательным выходным каналом. Следующий этап — включение усиления и насыщения, чтобы определить, превращается ли фокально-направленная ветвь в устойчивое поле полного обхода, а не остаётся только выбранным лучевым семейством. Третий этап — корректное сопоставление с оптимизированными классическими резонаторами при согласованных выходной мощности, апертуре, потерях и характеристиках дальнего поля. Только после этого можно оценивать PHB как практического конкурента существующим лазерным резонаторам.

15. Заключение

В статье представлены результаты воспроизводимой численной верификации открытого вертикального псевдогиперболоидального резонатора второго порядка с кольцевой выходной щелью R2 на уровне упрощённых моделей. Расчёты позволяют сформулировать один убедительный положительный вывод и один столь же существенный отрицательный.

Положительный вывод состоит в том, что геометрия PHB создаёт воспроизводимый механизм фокально-направленной селекции кольцевого семейства лучей после многократных отражений. Механизм связан с гиперболическим законом образующей и внешней фокальной структурой меридионального профиля. В одинаковых вычислительных процедурах линейный аналог той же длины и проверенные негиперболические контрольные поверхности не воспроизводят его с сопоставимой выраженностью. В этом смысле PHB — не просто обычная рупорообразная полость с кольцевым каналом утечки: геометрия задаёт измеримое правило селекции лучей и направляет часть выбранного семейства к конечной кольцевой выходной щели.

Отрицательный вывод заключается в том, что текущие упрощённые модели не подтверждают преимущество PHB как телескопического CO_2-лазерного резонатора для узкого пучка. Дальнее поле, восстановленное по Гюйгенсу–Френелю после фазового отбора, остаётся широким. Упрощённое сравнение Фокса–Ли/Френеля отдаёт преимущество классическим моделям с заполненной апертурой по стандартным узкопучковым метрикам. Дифракционный тест с согласованными апертурами также выявляет принципиальное ограничение узкой кольцевой щели при оценке по критериям гауссоподобного пучка с заполненной апертурой. Поэтому работа не демонстрирует дифракционно ограниченного выхода, полноценной лазерной генерации или превосходства над классическими конструкциями CO_2-резонаторов.

Научно корректно рассматривать открытый PHB как геометрию резонатора со структурированным кольцевым выходом. Наиболее обоснованная область дальнейшего исследования — не формирование обычного гауссоподобного пучка, а кольцевое, коническое и OAM-подобное излучение, особенно в приложениях, где гладкая макроскопическая граница может быть предпочтительнее чувствительных микроструктурированных оптических элементов. Работа устанавливает воспроизводимый механизм на уровне упрощённых моделей и определяет последующие требования: полновекторное волновое моделирование, открытые границы или PML, импедансные стенки, физически корректный вывод излучения, насыщение усиления и сравнение с оптимизированными классическими резонаторами при согласованных условиях.

Рукопись пригодна для размещения на Zenodo в качестве препринта численной верификации и воспроизводимого научного отчёта. Её не следует представлять как

экспериментальную демонстрацию или завершённое доказательство нового высокоэффективного CO_2-лазерного резонатора.

16. Данные, код и воспроизводимость

Численные результаты препринта основаны на воспроизводимых скриптах Python и соответствующих выходных файлах CSV и PNG, сформированных в ходе последовательной верификации. Скрипты являются частью научных материалов, поскольку выводы зависят от точных определений упрощённых метрик, условий запуска лучей, контрольных геометрий и методов восстановления поля в апертуре.

Полный программный пакет для воспроизведения расчётов включён в запись Zenodo в виде файла PHB_open_telescopic_CO2_Zenodo_full_scripts_package.zip.

17. Литература

1. A. G. Fox, T. Li. «Резонансные моды мазерного интерферометра». Bell System Technical Journal, 1961.

2. H. Kogelnik, T. Li. «Лазерные пучки и резонаторы». Applied Optics, 1966.

3. A. E. Siegman. «Лазеры». University Science Books, 1986.

4. J. W. Goodman. «Введение в оптику Фурье». W. H. Freeman / Macmillan.

5. M. Born, E. Wolf. «Основы оптики». Cambridge University Press.

6. J. B. Keller. «Геометрическая теория дифракции». Journal of the Optical Society of America, 1962.

7. J. Durnin. «Точные решения для недифрагирующих пучков. I. Скалярная теория». Journal of the Optical Society of America A, 1987.

8. J. Durnin. «Бездивергентные пучки». Physical Review Letters, 1987.

9. L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, J. P. Woerdman. «Орбитальный угловой момент света и преобразование лазерных мод Лагерра–Гаусса». Physical Review A, 1992.

10. K. J. Vahala. «Оптические микрорезонаторы». Nature, 2003.

Приложение A. Материалы для воспроизведения и таблицы данных

Объединённый отчёт основан на последовательности воспроизводимых расчётов Python и таблиц результатов CSV. Ниже перечислены наиболее важные материалы. Скрипты не рассматриваются как скрытое доказательство: их назначение состоит в том, чтобы позволить независимо воспроизвести или оспорить те же осторожно сформулированные выводы при изменении предпосылок.

Основные материалы включают: расширенную скалярную проверку C2–C3; скалярное сравнение контрольных геометрий; приближённую оценку вывода через открытую кольцевую щель; модель вынужденного отклика телескопического CO_2-резонатора; гибридное лучевое и волновое сравнение; проверку коллимации в лучевой телескопической модели; статистически представительную проверку перехода от лучей к волновому фронту; анализ отбора по фазе и полного обхода; упрощённое сравнение по Фоксу–Ли/Френелю; итоговую матрицу решений. Каждый этап вводит одно физическое требование, которого не было на предыдущем уровне.

Таблица 21. Карта воспроизводимости объединённой последовательности верификации.

Группа материалов	Научная роль
Расширенная скалярная проверка C2–C3	Устанавливает кольцевую локализацию высокого m в замкнутой полости и ограничение, связанное с

	неуникальностью.
Оценка вывода через открытую кольцевую щель	Проверяет перекрытие кольцевой энергии с конструктивной щелью R2.
Эталонная проверка коллимации в лучевой телескопической модели	Проверяет гиперболический механизм фокально-направленного вывода после многократных отражений.
Статистически представительная проверка перехода от лучей к волновому фронту	Преобразует лучевой выход в предварительную проверку поля по Гюйгенсу–Френелю.
Анализ фазового отбора и полного обхода	Проверяет, сохраняет ли резонаторно-подобный фазовый отбор полезное подмножество PHB.
Сравнение с классической моделью Фокса–Ли/Френеля	Сопоставляет кольцевой выход PHB с классической узкопучковой моделью.
Итоговая матрица решений	Разграничивает подтверждённые и неподтверждённые утверждения.

Приложение B. Скрипты для воспроизведения и расчётный пакет

К статье на ZENODO прилагается полный пакет скриптов, использованных в упрощённых расчётах. Он включает заключительный скрипт проверки применимости к лазерному резонатору, эталонную трассировку коллимации телескопической лучевой модели, анализ фазового отбора после полного обхода, проверку перехода от лучей к волновому фронту, упрощённое сравнение Фокса–Ли/Френеля, скрипты оценки открытой кольцевой щели, скалярные проверки C2–C3, а также расчётные CSV- и PNG-файлы. Скрипты не заменяют полновекторную верификацию по Максвеллу, однако позволяют воспроизвести все упрощённые метрики, рассмотренные в статье.