Геометрическая волновая инженерия

Пассивная многоисточниковая звуковая пеленгация в псевдогиперболоиде 2-го порядка

От точной фокальной геометрии к конечноволновому разделению состояний, пассивной пространственной предобработке и восстановлению нескольких источников

Хаустов Владимир Игоревич

ORCID: 0009-0007-3657-2309

Лаборатория геометрической волновой инженерии https://vihrihaosa.ru/

Лицензия: CC BY 4.0

Дата публикации: 2 октября 2026 года

DOI: 10.5281/zenodo.23106575

Научно-технический перевод с английского языка.

Редакция, адаптированная для русскоязычного инженера-исследователя.

Оригинал: Khaustov. V. Geometry-Coded Multi-Source Acoustic Direction Finding with a Pseudohyperboloidal Receiver. https://doi.org/10.5281/zenodo.23106575

Аннотация

Локализация нескольких одновременно работающих источников звука становится трудной, когда их направления близки, поскольку измеряемые акустические поля оказываются сильно коррелированными ещё до решения обратной задачи. Традиционные системы решают эту проблему главным образом за счёт увеличения апертуры, числа датчиков, калибровки и цифровой обработки сигналов. Здесь мы исследуем иной подход: использование самой пассивной границы для преобразования падающего поля до измерения.

Для этой стратегии «сначала геометрия» мы используем термин «Геометрическая волновая инженерия» (ГВИ; Geometric Wave Engineering, GWE). ГВИ не требует нового акустического уравнения или экзотического материала. Вместо этого ставится вопрос: может ли намеренно спроектированная граница действовать как пассивный аналоговый препроцессор, преобразующий направление на источник в более различимую комплексную картину давления.

В качестве проверочной геометрии используется псевдогиперболоид второго порядка (РНВ-2), построенный из радиально смещённого гиперболического меридиана. Для ограниченного наследуемого семейства меридиональных лучей эта геометрия обладает точным законом фокального сжатия. Закон используется только как аналитический проектный ориентир и как средство указать кандидатное сенсорное многообразие; конечно-волновое акустическое поведение затем проверяется независимо.

Центральная гипотеза состоит в том, что геометрия РНВ способна перестроить акустический прямой оператор так, чтобы близкие направления на источники оказались сильнее разнесены в пространстве комплексных амплитудно-фазовых состояний. Это оценивается с помощью плоских скалярно-волновых расчётов, полного трёхмерного FDTD для скалярного давления и частотной меридиональной конечно-элементной модели с восстановлением по азимутальным модам. Точный РНВ сравнивается с близкими объёмосогласованными возмущениями, гладким объёмосогласованным контролем, более широкими деформациями и обычной круговой решёткой.

Расчёты показывают, что информация о направлении может возрастать даже тогда, когда амплитуда давления не возрастает. В наиболее строгом межсеточном двухисточниковом критерии с известным числом источников и направлениями из словаря точный РНВ правильно восстанавливает 201 пару источников из 220 (91,36 %) по сравнению с 78 из 220 (35,45 %) для гладкого согласованного контроля. Для ближайшей заранее заданной пары, разнесённой на 0,483821° на единичной сфере, восстановление составляет 77,5 % против 10,0 %.

Полученные результаты поддерживают ограниченный, но проверяемый вывод: в пределах исследованного семейства пассивная граница на основе РНВ способна перестроить акустическое пространство состояний и существенно улучшить разделимость близких одновременных источников. Работа не устанавливает универсальную оптимальность точного РНВ. Неизвестное число источников, произвольные направления вне сетки словаря, реалистичные потери, реверберация и экспериментальная аппаратная проверка остаются открытыми задачами валидации.

Ключевые слова: геометрическая волновая инженерия; псевдогиперболоид; акустическое определение направления; многоисточниковая локализация; фокальный перенос; фазово-пространственное кодирование; проективный угол состояния; словарь направляющих векторов; метод конечных элементов; FDTD; сенсорное многообразие; многочастотное декодирование.

Содержание

Аннотация 2
1. Введение 4
1.1. Геометрическая волновая инженерия: физическая идея 4
1.2. Почему псевдогиперболоид является удобной проверочной геометрией 4
1.3. Цепочка рассуждений и бремя доказательства 5
2. Что именно представляет собой предлагаемый приёмник? Определение и опровержимый механизм 6
3. Что такое PHB и что в нём математически точно? 7
3.1. Построение меридиана и физические размеры 7
3.2. Переменная отрицательная гауссова кривизна 8
3.3. Точный ограниченный закон фокального сжатия 9
3.4. Предельная хорда и сенсорное многообразие, задаваемое законом 9
4. Каким образом геометрия превращается в информацию о направлении? Математика комплексного состояния 10
4.1. Направляющие состояния и проективный угол 10
4.2. Почему больший угол фазового состояния облегчает разделение двух источников 10
4.3. Амплитудная и информационная цели различаются 11
4.4. Локальная информационная геометрия и расширение через информацию Фишера 11
5. Как проверяется физическая гипотеза? Три численных уровня и критерий допустимости 11
5.1. Плоские скалярно-волновые расчёты 12
5.2. Полный трёхмерный FDTD для скалярного давления 12
5.3. Частотная меридиональная FEM с восстановлением по азимутальным модам 12
5.4. Численная допустимость и критерий разделения физического эффекта и сеточной неопределённости 13
6. Какие сравнения изолируют геометрию? Согласованные контроли и контролируемые возмущения 14
6.1. Точный PHB, near-PHB и гладкий контроль 14
6.2. Широкое и локальное семейства объёмосохраняющих деформаций 15
7. Где следует считывать поле? От фокального закона к сенсорному многообразию 16
8. Каким образом представляются и декодируются несколько одновременных источников? 17
8.1. Частотно-зависимые амплитуды источников 17
8.2. Построение нормированного многочастотного состояния 17
8.3. Глобальный декодер опоры при известном K 17
8.4. Область применимости: известное K и направления из словаря 18
8.5. Истинное сферическое разделение ближайшей проверенной пары 18
9. Перестраивает ли PHB конечно-волновое поле? Плоские свидетельства 18
9.1. Широкополосный направленный код 18
9.2. Нормированное спектрально-фазовое отличие относительно гладкого контроля 19
9.3. Полнополевая чувствительность к точной форме стенки 20
9.4. Локальное усиление отклика и информационно богатые положения микрофонов 21
9.5. Информационный выигрыш без амплитудного выигрыша и статистическая устойчивость зоны считывания 22
9.6. Замороженный агрегированный критерий и пространственная распространённость плоского преимущества 23
10. Сохраняется ли область, заданная законом, в трёхмерном случае и где информация максимальна? 23
10.1. Конечно-широкая окрестность «закон → волна» и осевой информационный оптимум 25
10.2. Сопоставление с обычной решёткой выявляет специфическую рабочую область преимущества PHB 25
11. Помогает ли геометрическая предобработка при одновременных источниках? 25
11.1. Прямая проверка суперпозиции одновременных источников 26
11.2. Ёмкость для двух, трёх и четырёх источников 26
11.3. Реализуемость не тождественна преимуществу PHB: раннее сравнение обученных многоисточниковых схем 27
11.4. Явная граница опровержения: неизвестное K и восстановление вне сетки 28
11.5. Масштабирование плотности датчиков с ростом числа источников 28
12. Связан ли эффект с геометрией PHB? Тесты контролируемых деформаций 29
13. Какая часть информации PHB скрывается неудачной схемой размещения датчиков? 30
14. Сохраняется ли многоисточниковое преимущество при межсеточной валидации? 30
14.1. Число испытаний и статистика точного восстановления опоры 31
14.2. Различная причинная сила сравнений exact/smooth и exact/near 31
14.3. Глобальные сводки по словарю сами по себе не объясняют преимущество PHB 32
15. Насколько эффект устойчив к шуму и где он отказывает? 32
16. Почему несколько частот помогают, а не просто добавляют энергию? 33
17. Какие именно PHB-специфические свойства установлены? 34
18. Что здесь означает «уникальность» и где заканчивается доказательство? 35
19. Как этот принцип мог бы стать прибором? 36
20. Что остаётся недоказанным и какой эксперимент это решит? 37
21. Заключение: что нового установлено физически 37
Литература 39

1. Введение

1.1. Геометрическая волновая инженерия: физическая идея

Для стороннего акустика ключевое различие проходит между изменением обратного алгоритма и изменением физики, порождающей данные. Диаграммообразование, разреженное восстановление и обученная локализация работают после того, как поле давления уже достигло датчиков. ГВИ ставит вопрос: может ли граница сначала преобразовать это поле так, чтобы обратная задача, предъявляемая любому из этих алгоритмов, стала проще. Следовательно, предлагаемый РНВ-приёмник является физическим входным каскадом, а не заменой обработки решётки.

Акустическое определение направления обычно представляют как задачу измерения и последующего вывода: микрофоны регистрируют истории давления, а цифровая обработка оценивает, где расположены один или несколько источников. Такая архитектура оставляет большую часть задачи различения геометрии решётки и обратному алгоритму. Настоящая работа задаёт иной вопрос: может ли пассивная форма, окружающая датчики, преобразовать волновое поле до измерения так, чтобы разные направления на источники поступали на декодер в виде более различимых физических состояний?

Этот вопрос и мотивирует Геометрическую волновую инженерию (ГВИ), используемую здесь как предлагаемая исследовательская платформа, в которой первична геометрия. ГВИ не заменяет акустическое волновое уравнение и не требует экзотического материала. Её проектная последовательность такова: выбрать геометрию с точным или иным контролируемым свойством переноса; распространить через эту геометрию обычное конечно-волновое поле; проверить, становится ли результирующая амплитуда, фаза, временная или пространственная структура более информативной для интересующей задачи. Тем самым геометрия рассматривается как часть аналогового входного каскада измерительной системы, а не просто как корпус для микрофонов.

1.2. Почему псевдогиперболоид является удобной проверочной геометрией

Конкретным проверочным объектом является псевдогиперболоид второго порядка (РНВ-2). Его можно представить следующим образом. Возьмём гиперболу в меридиональной плоскости, сместим её радиально от оси, выберем внутренние ветви и приведём построение во вращение вокруг оси. В результате получается открытая двурупая поверхность, меридиональные фокусы которой в трёхмерном пространстве становятся круговыми фокальными множествами. Из-за радиального смещения поверхность не является обычным центрированным квадрическим гиперболоидом. Её ценность для настоящего исследования состоит в том, что образующая гипербола даёт точное, явно проверяемое соотношение фокального переноса для ограниченного семейства лучей ещё до проведения какого-либо акустического расчёта.

Центральная гипотеза не состоит в том, что РНВ обязан сделать звук громче или заставить всю акустическую энергию собраться в геометрическом фокусе. Конечно-волновой звук дифрагирует, чувствителен к фазе и многократно отражается. Полезная геометрия может вместо этого перестроить комплексное поле давления так, чтобы два близких направления занимали более разнесённые состояния в сенсорном пространстве. Это различие принципиально для многоисточниковой локализации: приёмник может стать более информативным даже там, где его локальная амплитуда давления не изменяется или снижается.

Поэтому исследование движется от непривычной концепции к непосредственно опровержимым проверкам. Сначала определяются геометрия РНВ и её ограниченный точный фокальный закон. Затем область считывания, мотивированная законом,

проверяется на конечно-волновых полях. Далее точный РНВ сравнивается с согласованными контролями, включая близкую объёмосохраняющую деформацию, которая возмущает определяющую геометрию, сохраняя близкий общий механико-акустический инвентарь. Наконец, приёмник испытывается на одновременных источниках, межсеточных словарях, оптимизации схемы размещения датчиков и шуме. Утверждение намеренно ограничено: работа проверяет, может ли центрированная на РНВ геометрия обеспечить воспроизводимое акустическое информационное преимущество внутри исследованного семейства контролей; она не утверждает, что РНВ является единственным пассивным кодером или универсальным оптимумом среди всех возможных структур.

Граница новизны. Пассивная структурно-ассистированная акустическая локализация имеет предшествующие работы; заявляемая здесь новизна уже. Вклад состоит в специфичной для РНВ цепочке: от точной ограниченной фокально-транспортной конструкции через априорное сенсорное многообразие, заданное законом, к кодированию конечно-волнового комплексного состояния при согласованных контролях и восстановлению опоры при нескольких источниках. Поэтому рукопись не утверждает, что само пассивное геометрическое кодирование звука является беспрецедентным.

1.3. Цепочка рассуждений и бремя доказательства

Первая публикация метода, в котором первична геометрия, обязана разделять четыре логически различные утверждения. Во-первых, граница должна быть определена математически. Во-вторых, любой точный лучевой закон должен быть доказан только для того семейства, на котором выполнены его предпосылки. В-третьих, конечно-волновой расчёт должен показать, что изменение геометрии изменяет физически значимое состояние поля. В-четвёртых, возникшее изменение состояния должно улучшать явно поставленную измерительную задачу при согласованных контролях и численном уточнении. Настоящая работа сознательно следует именно этому порядку.

Центральная доказательная цепочка такова: точная геометрия РНВ → ограниченный фокальный перенос → кандидатное сенсорное многообразие, определённое геометрией → перестройка конечно-волнового комплексного состояния → увеличение разделения близких направляющих состояний → лучше обусловленные многоисточниковые подпространства → проверенное восстановление опоры. Каждая стрелка рассматривается как отдельное утверждение. Невыполнение одной стрелки исключало бы последующие утверждения, даже если бы какое-то изолированное численное значение оставалось благоприятным.

Эта структура задаёт и границу доказательства. Точный фокальный закон является аналитическим результатом; эффекты в акустическом пространстве состояний и преимущества локализации являются вычислительными; глобальная уникальность среди всех возможных пассивных структур не доказана. Цель численной кампании — не украсить геометрию благоприятными примерами, а проверить, выдерживает ли предложенная цепочка согласованные контроли, деформацию, смену сетки, одновременное возбуждение и шум.

Соответственно ограничена и причинная атрибуция. Расчёты устанавливают, что конечно-волновые эффекты связаны с геометрией РНВ, аналитически закреплённой фокальным законом; они не изолируют ограниченное фокальное отображение как исключительную причину акустического преимущества. Распределение кривизны, структура длин путей, интерференция и модовая организация изменяются вместе с границей и остаются частью проверяемого геометрического вмешательства.

2. Что именно представляет собой предлагаемый приёмник? Определение и опровержимый механизм

Научный вопрос. Что здесь достаточно нового, чтобы называть это отдельной архитектурой приёмника? Ответ — не новый декодер и не новая акустическая среда. Новизна в том, что стенка полости намеренно включена в оператор измерения. В операторной форме, если акустическое поле для геометрии G удовлетворяет $H_G\, p = q_\Omega$, а датчики реализуют оператор измерения M, то направляющее состояние есть $s_G(\Omega,f) = M\, H_G^{-1}\, q_\Omega$. Следовательно, изменение G изменяет отображение «источник → данные» ещё до того, как начинает действовать какой-либо цифровой алгоритм. ГВИ делает эту зависимость проектной переменной, а не неконтролируемой помехой.

Предложение РНВ опровержимо, поскольку геометрия стенки, сенсорное многообразие и декодер задаются раздельно. Успешная проверка должна показать нечто большее, чем «разные полости дают разные поля»: точная или центрированная на РНВ геометрия должна создавать повторяемое, полезное изменение метрики направленной информации при согласованных материале, частотах, источнике и численных условиях.

РНВ-многоисточниковый акустический локатор определяется здесь как пассивный геометрически кодированный входной каскад, состоящий из: (1) точной или закреплённой теоремой РНВ-границы; (2) радиального сенсорного многообразия, заданного законом; (3) одного или нескольких конечно-волново оптимизированных кольцевых сенсорных колец, размещённых на этом многообразии или вблизи него; (4) калиброванного комплексного словаря направляющих векторов по направлению и частоте; (5) построения нормированного многочастотного состояния; (6) декодера опоры при известном K или иного явно указанного обратного метода; и (7) выходного множества направлений на источники. Геометрия выполняет часть пространственного кодирования до оцифровки, тогда как цифровая обработка выполняет заключительный обратный шаг.

$$\text{падающее направление } \Omega,\ a_k(f) \rightarrow \text{граница РНВ} \rightarrow s(\Omega,f) \rightarrow \text{нормированное многочастотное многообразие} \rightarrow \text{многоисточниковая инверсия}$$

Это определение существенно, поскольку предлагаемый метод не эквивалентен размещению обычной круговой микрофонной решётки внутри произвольной полости. Стенка входит в прямой оператор, радиальный уровень считывания привязан к точному геометрическому закону, а схема размещения датчиков оптимизируется только после того, как геометрия создала зависящее от направления комплексное поле. Метод равным образом не эквивалентен обычному акустическому рупору: усиление давления полезно, но не является главной целью.

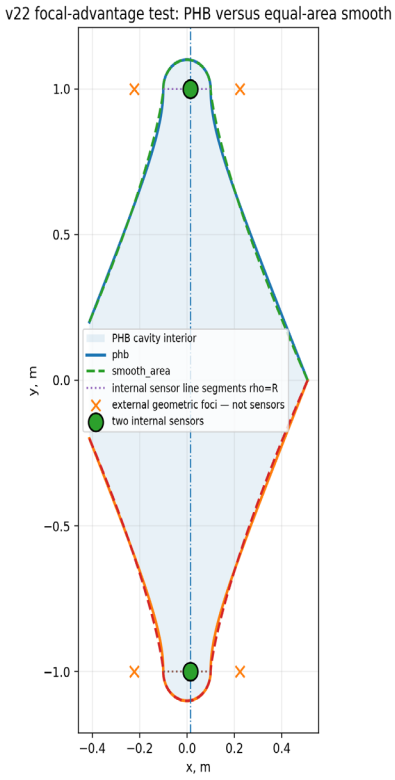

Рисунок 1. Исходная, сгенерированная скриптом плоская геометрия PHB и контроля, использованная для конечно-волновых проверок. Ни один рисунок не восстанавливался по итоговым численным значениям.

3. Что такое PHB и что в нём математически точно?

Этот раздел отвечает на два предварительных вопроса, возникающих у неподготовленного читателя: какой объект называется псевдогиперболоидом и какая часть его поведения является теоремой, а не численным наблюдением? Различие существенно, поскольку доверие к последующим акустическим утверждениям опирается только на геометрию, которая определена явно и независимо проверяема.

Геометрическая «революция» в методе — не сама операция вращения. Это использование точного конического соотношения как проектного ограничения на акустический прямой оператор. Смещённая гипербола даёт внешние фокальные кольца и сжимающее отображение на ограниченном семействе лучей; волновой расчёт затем выясняет, оставляет ли этот аналитический каркас измеримый информационный след после дифракции и интерференции.

3.1. Построение меридиана и физические размеры

Пусть x обозначает осевую координату, а ρ — расстояние от оси вращения. Активная внутренняя рупорная ветвь получается из гиперболы после радиального смещения R:

$$\rho(x) = R - b\cdot\sqrt{((x/a)^2 - 1)}, \quad a \le |x| \le L,$$

где

$$L = a\cdot\sqrt{(1 + (R/b)^2)}.$$

Родительская гипербола имеет фокусное расстояние $c = \sqrt{(a^2 + b^2)}$. Опорные параметры равны a = 0,100 м, b = 0,200 м и R = 1,000 м, что даёт $\beta = b/a = 2$, c = 0,2236068 м и L = 0,5099020 м. В геометрии модально-МКЭ валидации радиус левого входа равен R_in = 0,200 м, входная плоскость задаётся как

$$x_in = -a\cdot\sqrt{(1 + [(R - R_in)/b]^2)},$$

а правый торец намеренно заглушён на 5 мм раньше математической вершины. Центральная часть $|x| \le a$ представляет собой меридиан внешней половины тора

$$\rho(x) = R + \sqrt{(a^2 - x^2)}.$$

Именно эта полная кусочно-заданная геометрия, а не одна рупорная ветвь, определяет численную полость.

Параметр	Значение	Геометрическая / физическая роль
a	0,100 м	гиперболический осевой полумасштаб / половина ширины центрального перехода
b	0,200 м	поперечный гиперболический масштаб
$\beta = b/a$	2,000	безразмерное отношение формы
R	1,000 м	радиальное смещение; мотивированный законом радиус считывания
R_in	0,200 м	радиус левого входа в геометрии модально-МКЭ валидации
c	0,2236068 м	фокусное расстояние родительской гиперболы
L	0,5099020 м	точная математическая вершина рупора

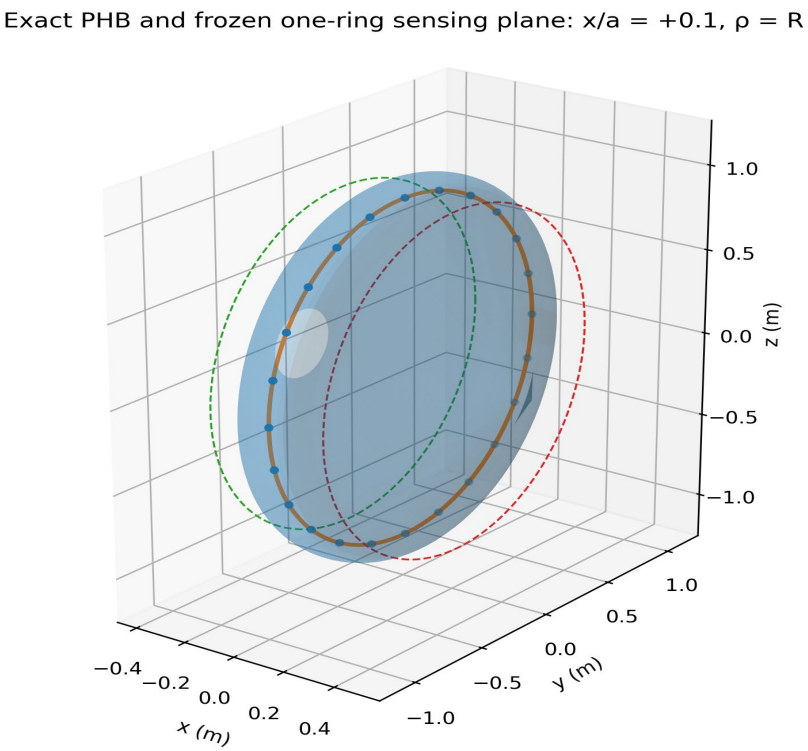

Рисунок 2. Исходная, сгенерированная скриптом трёхмерная геометрия PHB и кольцевая конструкция считывания. Рисунок сохранён из вычислительного корпуса.

3.2. Переменная отрицательная гауссова кривизна

Для поверхности вращения

$$X(x,\varphi) = (x, \rho(x)\cdot\cos\varphi, \rho(x)\cdot\sin\varphi)$$

гауссова кривизна вне стыков равна

$$K(x) = -\rho''(x) / [\rho(x)\cdot(1 + \rho'(x)^2)^2].$$

На активном рупоре РНВ при $x > a$

$$\rho'(x) = -b\cdot x / (a\cdot\sqrt{(x^2 - a^2)}), \quad \rho''(x) = a\cdot b / (x^2 - a^2)^{(3/2)} > 0,$$

так что $K(x) < 0$ всюду, где активный рупор регулярен. Её модуль изменяется с x, поскольку ρ, ρ′ и ρ″ также изменяются. Следовательно, отрицательная кривизна является подлинной геометрической характеристикой активного рупора РНВ. Она не используется как самостоятельный закон акустического усиления: настоящие расчёты не отделяют гауссову кривизну от наследуемого фокального соотношения, центрального замыкания или других особенностей границы.

3.3. Точный ограниченный закон фокального сжатия

Геометрической опорой метода является не один знак кривизны, а точное отображение для ограниченного наследуемого меридионального фокально-сопряжённого семейства. Параметризуем родительскую гиперболу:

$$x = a\cdot\cosh u, \quad r = b\cdot\sinh u,$$

и введём координату половинного угла

$$t = \tanh(u/2).$$

После радиального смещения физическая радиальная координата на внутреннем рупоре равна $\rho = R - r$. Классическое фокальное свойство гиперболы требует, чтобы унаследованный отрезок, покидающий одну ветвь, после построения отражения был коллинеарен противоположному фокусу. Подстановка гиперболических тождеств половинного угла в это условие коллинеарности исключает R и даёт точную мультипликативную рекурсию

$$t_{n+1} = \kappa\cdot t_n, \quad \kappa = (\sqrt{(1+\beta^2)} - 1) / (\sqrt{(1+\beta^2)} + 1), \quad \beta = b/a.$$

При $\beta = 2$ получаем $\kappa = 0{,}381966011$. Коэффициент не содержит подогнанной акустической величины. Итерация даёт $t_n = \kappa^{(n-1)}\cdot t_1$, поэтому геометрическое сжатие экспоненциально по номеру события в пределах указанного наследуемого семейства. Отображение точно только для этого семейства; оно не является определителем полной карты возврата бильярда, показателем Ляпунова или утверждением об акустической диссипации.

3.4. Предельная хорда и сенсорное многообразие, задаваемое законом

Необходимо различать две сходимости. Сами точки удара о стенку приближаются к точкам перехода между ветвями. Однако полные межветвевые отрезки сходятся как компактные множества к хорде

$$L_0 = \{(x,\rho): |x| \le a, \rho = R\}, \quad d_H(\text{segment}_n, L_0) = O(\kappa^n).$$

Вращение переводит эту меридиональную хорду в кольцевой (цилиндрический) радиальный уровень $\rho = R$. Именно в этом точная геометрическая причина того, что радиус датчиков выбирается не только акустическим перебором. Теорема фиксирует кандидатное радиальное многообразие; осевые положения и конечно-волновая схема датчиков остаются инженерными переменными, которые должны определяться по волновому полю. Теорема, таким образом, указывает, где искать, но не утверждает, где давление обязано быть максимальным.

4. Каким образом геометрия превращается в информацию о направлении? Математика комплексного состояния

Новый приёмник может быть полезен только в том случае, если геометрия порождает измеримую величину, существенную для обратной задачи. Одного усиления давления недостаточно: два источника могут быть громкими, но почти неразличимыми. Поэтому релевантным математическим объектом является комплексное направляющее состояние и геометрия множества таких состояний при изменении направления на источник.

Этот раздел обеспечивает мост от физики к инверсии. Специфическая для PHB фазовая или пространственная перестройка становится операционально значимой только тогда, когда она увеличивает расстояние между состояниями источников, снижает их когерентность, увеличивает наименьшее сингулярное число кандидатной пары источников или иным образом облегчает идентификацию многоисточникового подпространства.

4.1. Направляющие состояния и проективный угол

Пусть $h(\Omega,f) \in \mathbb{C}^M$ обозначает комплексный вектор передаточного отклика давления, измеренный M сенсорными каналами для направления на источник Ω и частоты f. Поскольку неизвестная амплитуда источника и общая фаза могут создавать общий комплексный масштаб, для сравнения направлений используется нормированное состояние

$$\hat{s} = h / \|h\|_2.$$

Для двух состояний u и v проективный угол равен

$$\theta(u,v) = \arccos (|u^H v| / (\|u\|_2 \cdot \|v\|_2)).$$

Модуль скалярного произведения устраняет произвольную общую фазу. Большее θ означает, что два направления занимают более разнесённые лучи в комплексном пространстве состояний. Поэтому эта метрика более уместна для геометрически ассистированной локализации, чем скалярный максимум давления.

4.2. Почему больший угол фазового состояния облегчает разделение двух источников

Связь между геометрией фазового состояния и двухисточниковой инверсией можно записать явно. Для двух направляющих состояний s_1 и s_2 единичной нормы определим

$$\mu = |s_1^H s_2| = \cos \theta.$$

Двухстолбцовая направляющая матрица $A = [s_1 \ \ s_2]$ имеет матрицу Грама

$$G = A^H A = [[1, \gamma],[\gamma^*, 1]], \quad |\gamma| = \mu.$$

Её собственные значения равны $1 \pm \mu$, поэтому сингулярные числа A равны $\sqrt{(1 \pm \mu)}$. Следовательно,

$$\sigma_min(A) = \sqrt{(1 - \mu)}, \quad \sigma_max(A) = \sqrt{(1 + \mu)},$$

$$cond_2(A) = \sqrt{((1 + \mu)/(1 - \mu))}.$$

Таким образом, больший проективный угол уменьшает когерентность пары, увеличивает наименьшее сингулярное число и улучшает обусловленность оценки амплитуд двух источников. Это даёт математический мост от индуцированного PHB фазового разделения к многоисточниковой восстановимости:

$\theta_PHB \uparrow \Rightarrow \mu \downarrow \Rightarrow \sigma_min \uparrow \Rightarrow$ обусловленность пары улучшается $\Rightarrow$ восстановление опоры становится более устойчивым.

Для более чем двух источников одного попарного угла недостаточно, поскольку существенны геометрия подпространства более высокого порядка и корреляции между несколькими столбцами. Именно поэтому в работе оценивается фактическое восстановление опоры, а K = 3 и K = 4 рассматриваются как отдельные демонстрации ёмкости, а не выводятся из одной парной метрики.

4.3. Амплитудная и информационная цели различаются

Расчёты последовательно показывают, что оптимум отклика по давлению и оптимум направленной информации не обязаны совпадать. Полезно различать амплитудную и информационную метрики, например

$$G_A(r,f) = 10 \cdot \log_{10}(|p_PHB(r,f)|^2 / |p_ctrl(r,f)|^2),$$

$$G_I(r; \Omega_1, \Omega_2) = \theta[\, s(r,\Omega_1), s(r,\Omega_2) \,].$$

В общем случае argmax G_A ≠ argmax G_I. Это не недостаток фокусировки, а определяющая особенность предлагаемого приёмника. Точка с умеренным давлением, но быстро изменяющейся с углом комплексной фазой может быть полезнее для локализации, чем более громкая, но направленно избыточная.

4.4. Локальная информационная геометрия и расширение через информацию Фишера

Проективное многообразие состояний допускает и локальное дифференциальное описание. Если q = (θ, φ) обозначают координаты направления, а s(q) нормировано к единице, естественная локальная метрика имеет вид

$$g_ij = \mathrm{Re}\{ (\partial_i \hat{s})^H [I - \hat{s}\hat{s}^H] (\partial_j \hat{s}) \}.$$

Это локальная проективная метрика, связанная с изменениями комплексного состояния, которые нельзя устранить общим масштабом или фазой. В модели комплексного гауссова шума с ковариацией Σ соответствующую матрицу информации Фишера можно записать схематически как

$$F = 2 \cdot \mathrm{Re}\{ J^H \Sigma^{-1} J \},$$

где J содержит производные измеряемого состояния по параметрам направления. Эти величины вводятся здесь как математическое расширение концепции информационного многообразия PHB; они не использовались при получении приведённых процентов восстановления и потому не представляются как уже подтверждённые численные результаты.

5. Как проверяется физическая гипотеза? Три численных уровня и критерий допустимости

Три решателя не являются последовательными «версиями» одного расчёта. Они отвечают на разные физические вопросы и потому дают частично независимые проверки одного механизма. Плоская модель дёшево изолирует формирование фазового состояния; полный трёхмерный FDTD проверяет реальные одновременные поля и кольцевое считывание; модальная конечно-элементная формулировка позволяет проводить контролируемые исследования геометрии, датчиков и сетки в масштабе, необходимом для решающих сравнений.

Бремя доказательства на этой стадии — численная допустимость. Различие PHB и контроля не интерпретируется физически, если оно не выдерживает соответствующих проверок дискретизации и не превышает численного изменения, вызванного уточнением.

Центральное требование воспроизводимости — различать три численные модели, использованные в доказательной цепочке. Они отвечают на разные вопросы, и их нельзя смешивать.

Модель	Роль	Что устанавливает
Двумерный скалярный FDTD / аналог MEEP	широкополосный механизм, фазово-спектральные «отпечатки», полнополевое возмущение, карты положений микрофонов, уточнение PPW	существование и пространственную организацию зависящего от геометрии комплексного кодирования
Полный трёхмерный FDTD для скалярного давления	поведение приёмника по полярной и азимутальной координатам, радиальное сканирование считывания, прямые поля одновременных источников, ранние исследования близких пар и K = 2–4	физическое трёхмерное расширение и линейную суперпозицию
Меридиональная частотная FEM + азимутальные моды	согласованные контроли, контролируемые деформации, оптимизация датчиков, межсеточный многочастотный K = 2	решающую стадию геометрической специфичности и численной валидации

5.1. Плоские скалярно-волновые расчёты

Плоская ветвь решает однородное скалярное уравнение акустического давления в декартовых координатах. Поведение жёсткой стенки реализуется непосредственно в скалярной ветви FDTD и, в ветви MEEP, поляризацией H_z, используемой только как математический аналог условия Неймана. Последняя не интерпретируется электромагнитно. Плоская модель не является осесимметричной редукцией трёхмерной акустической задачи; это модель механизма меридионального контура PHB. Её назначение — выявить спектральную, фазовую и полнополевую организацию с высокой диагностической плотностью.

5.2. Полный трёхмерный FDTD для скалярного давления

Промежуточная трёхмерная ветвь распространяет скалярное акустическое давление на полной трёхмерной сетке. Она используется, чтобы проверить, что мотивированная законом кольцевая область несёт информацию о направлении и по полярной, и по азимутальной координатам; чтобы сравнить точный PHB с контролями в точке считывания; и, что критически важно, чтобы напрямую решать отдельные сцены с одновременными источниками. Эти прямые смеси подтверждают, что линейная суперпозиция, используемая позже словарной инверсией, согласуется с линейным акустическим решателем.

5.3. Частотная меридиональная FEM с восстановлением по азимутальным модам

Межсеточный модальный расчёт не является «в лоб» декартовым трёхмерным FDTD. Это скалярное акустическое решение в частотной области методом конечных элементов на меридиональной области с последующим восстановлением по азимутальным модам. Пусть

$$r = s\cdot w(x), \quad 0 \le s \le 1,$$

где w(x) — аналитический профиль стенки. Акустическое давление раскладывается как

$$p(x,r,\varphi;f) = \Sigma_{m=-m_max}^{m_max}\ p_m(x,r;f)\cdot e^{im\varphi}.$$

Для каждой неотрицательной моды m меридиональный оператор Гельмгольца содержит обычные градиентные члены и азимутальный член m^2/r^2. В слабой форме с тестовой функцией v и эффективным комплексным волновым числом

$$k_eff = k(1 + i/(2Q))$$

решённая система имеет структуру

$$\int_D [\ \nabla p_m \cdot \nabla v^* + (m^2/r^2)\cdot p_m \cdot v^* - k_eff^2 \cdot p_m \cdot v^*\ ]\ r\ dr\ dx - i \cdot k_eff \cdot \int_Гin\ p_m \cdot v^* \cdot r\ dr = \int_Гin\ g_m \cdot v^* \cdot r\ dr.$$

Внешняя стенка r = w(x) жёсткая и потому входит естественным образом как нулевой нормальный поток. На левом входе используется исходящее импедансное условие Робина, возбуждаемое модальным разложением падающей плоской волны. Правая граница жёсткая и расположена при x = L − 0,005 м, а не в точной математической вершине. В финальной валидации Q = 10, c_0 = 343 м/с, m_max = 10, θ = 14°, а азимутальный словарь содержит 11 направлений от 0° до 20° с шагом 2°. Три решающие частоты — 2000, 2012,5 и 2500 Гц.

Конечно-элементное отображение следует аналитической стенке в квадратурных точках, а не ступенчатой аппроксимации. Меридиональные матрицы Q1-элементов включают точную метрику координатного отображения; это важно, поскольку научный вопрос касается чувствительности к малым изменениям профиля. Отдельная цилиндрическая эталонная задача и проверки модального хвоста используются как тесты исправности решателя.

5.4. Численная допустимость и критерий разделения физического эффекта и сеточной неопределённости

Один из главных методологических уроков программы состоит в том, что геометрическое различие не должно интерпретироваться физически, пока оно не превышает численной неопределённости. Проверка допустимости на грубом разрешении дала изменение при смене сетки примерно 15,6–16,1 % при физических различиях соседних направлений лишь около 3,8–5,1 %; поэтому эта стадия была отвергнута как решающее свидетельство. Уточнённая цепочка снизила итоговое сеточное изменение примерно до 3–4 %. Для проективного различия PHB–smooth итоговое отношение физического разделения к сеточному изменению составляет около 18–19, тогда как различия exact–near меньше и потому образуют более требовательный причинный тест.

$$Г = d_projective(PHB, control) / d_grid.$$

Достоверный геометрический эффект требует $Г \gg 1$; наиболее сильные случаи PHB–smooth этому условию удовлетворяют.

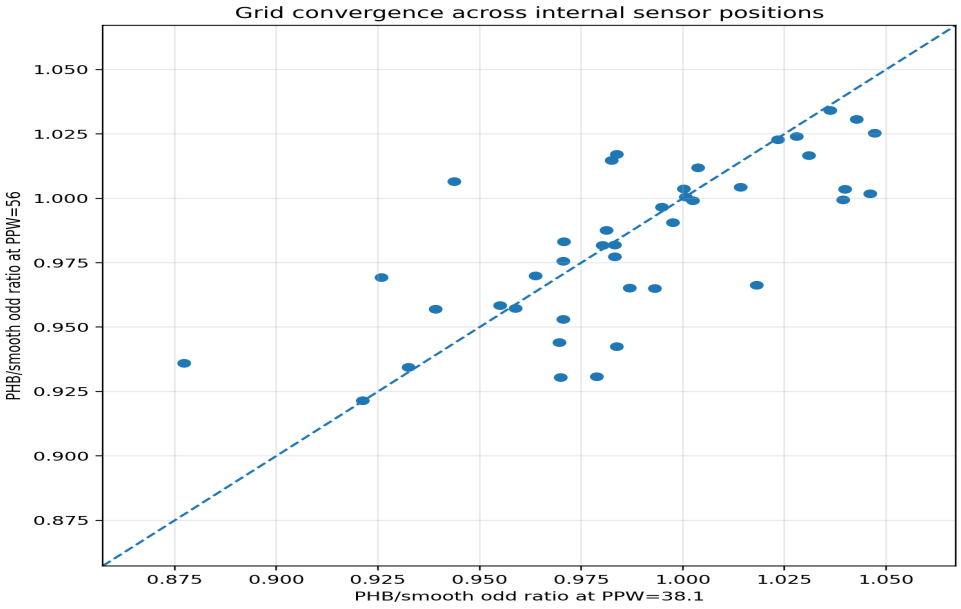

Рисунок 3. Исходный, сгенерированный скриптом результат по пространственно-сеточной сходимости. Решающая интерпретация основана только на уточнённом режиме, в котором физическое разделение превышает масштаб сеточного изменения.

6. Какие сравнения изолируют геометрию? Согласованные контроли и контролируемые возмущения

Новую форму нельзя засчитывать только потому, что она отличается от пустого пространства или от грубо иной полости. Ключевой причинный вопрос: следует ли эффект за определяющей геометрией PHB при фиксированных очевидных конфаундерах — объёме, входе, замыкании, источнике, частоте и решателе. Именно поэтому близкие объёмосогласованные возмущения научно важнее визуально эффектных контролей.

Иерархия контролей намеренна: PHB против smooth отвечает на вопрос, важно ли вообще семейство PHB; PHB против near-PHB — важно ли точное локальное геометрическое строение; параметризованный ансамбль деформаций — систематически ли изменяется измеряемое волновое состояние по мере нарушения точного закона.

6.1. Точный PHB, near-PHB и гладкий контроль

Семейство согласованных контролей задаётся аналитически, а не по визуальному сходству. Точный профиль PHB определён в п. 3.1. Контроль near-PHB возмущает каждый рупор в нормированной координате рупора s по закону

$$\delta w_near(s) = A_6 \cdot \sin(2\pi s) + c_v \cdot \sin(\pi s), \quad A_6 = 6 \text{ мм},$$

где c_v решается до любого волнового расчёта так, чтобы полный объём рупора совпадал с объёмом точного PHB. Возмущение обращается в нуль на концах рупора и сохраняет центральное замыкание.

Гладкий контроль удаляет точный гиперболический рупор, сохраняя тот же вход, центральный переход и полный объём рупора. На левом рупоре его профиль — степенная интерполяция от R_in к R с фиксированным показателем p_L = 0,75; на правом рупоре показатель p_R решается из того же ограничения на объём:

$$w_s(s) = R_in + (R - R_in)[1 - (1 - s)^{p_L}], \quad p_L = 0{,}75,$$

$$w_s(s) = R[1 - s^{p_R}], \quad p_R \text{ выбирается так, чтобы } V_smooth = V_PHB.$$

Обоснование выбора контроля. Этот гладкий эталон призван устранить точное коническое наследование, не вводя мелкомасштабной гофрировки и не изменяя вход, центральный переход или полный объём рупора. Это, следовательно, намеренно консервативный инженерный контроль, а не утверждение, что одно это гладкое семейство исчерпывает все не-PHB альтернативы.

Равенство объёмов устраняет грубый объём полости как тривиальное объяснение, но не делает контроли идентичными по периметру, распределению кривизны, распределению длин путей или модовому спектру. Эти различия как раз и являются частью геометрического вмешательства.

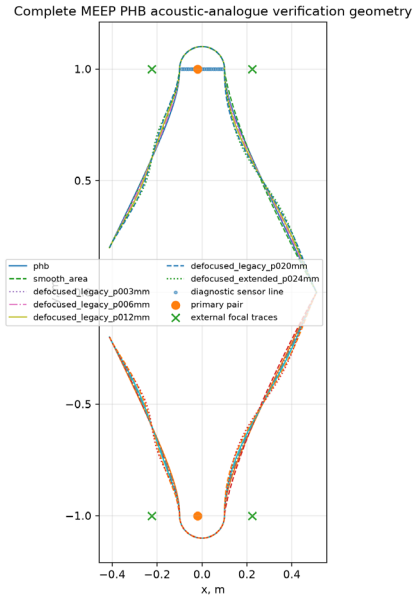

Рисунок 4. Исходная, сгенерированная скриптом геометрия согласованных контролей. Точный PHB, near-PHB и гладкий контроли сравниваются при общих численных настройках.

6.2. Широкое и локальное семейства объёмосохраняющих деформаций

Чтобы проверить, не является ли точный PHB просто произвольной точкой в широком семействе высокоэффективных форм, оба рупора возмущаются симметричным базисом

$$\delta w(s) = c \cdot \sin(\pi s) + a_2 \cdot \sin(2\pi s) + a_3 \cdot \sin(3\pi s).$$

Коэффициент c решается независимо для каждого кандидата так, чтобы полный объём рупора точно совпадал с точным PHB. Все базисные функции обращаются в нуль на концах рупора; поэтому вход, стыки ±a и математическая вершина сохраняются. В широком поиске используются

$$a_2, a_3 \in \{-18, -12, -6, 0, 6, 12, 18\} \text{ мм},$$

тогда как в локальном поиске используются

$$a_2, a_3 \in \{-8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\} \text{ мм},$$

что даёт 81 близкую геометрию. Перед акустическим расчётом проверяются положительность кандидата, отклонение стенки, попадание датчиков в область и ошибка объёма.

Эти поиски центральны для причинной интерпретации. Сравнение exact–smooth даёт наибольший инженерный контраст, но является грубым вмешательством. Сравнение exact–near — более строгий тест внутри одного семейства. Ансамбль деформаций ещё

строже, поскольку ставит вопрос, систематически ли окрестность объёмосогласованных форм превосходит точный аналитический якорь.

7. Где следует считывать поле? От фокального закона к сенсорному многообразию

Точный лучевой закон не определяет однозначно каждую координату микрофона в конечно-волновом режиме. Он даёт геометрический приор: радиальную область, которую стоит проверить. Оставшаяся задача — задача информационного считывания. Стенка создаёт преобразование поля; сенсорное многообразие определяет, какая доля этого преобразования наблюдается.

Это разделение существенно для интерпретации. Если неудачная схема датчиков скрывает структуру РНВ-состояния, это не опровергает физику стенки; и наоборот, оптимизированная схема датчиков не имеет права менять стенку, уравнение в частных производных или истинный набор направлений, приписывая себе геометрический выигрыш.

Фокальный закон фиксирует радиальный принцип, а не полную схему микрофонов. Поэтому конечно-волновые расчёты разделяют два проектных уровня: стенка создаёт многообразие состояний, а сенсорная архитектура его дискретизирует. Оптимизированный модальный приёмник использует семь колец и 96 виртуальных азимутальных отсчётов на кольцо. Базовые координаты колец выражаются как (x/a, ρ/R).

Кольцо	Базовое (x/a, ρ/R)	Оптимизированная схема точного РНВ
1	(0,20; 1,06)	(0,24; 1,062)
2	(0,80; 1,03)	(0,76; 1,028)
3	(0,30; 1,00)	(0,30; 1,000)
4	(1,50; 0,70)	(1,54; 0,702)
5	(1,50; 0,74)	(1,46; 0,738)
6	(2,50; 0,40)	(2,54; 0,402)
7	(2,50; 0,47)	(2,46; 0,468)

Победившая локальная схема датчиков соответствует парным осевым и радиальным смещениям −4 мм и −2 мм при замороженном шаблоне разнесения пар. Стенка РНВ, уравнение, частоты, Q, модовый порядок и словарь направлений не изменяются. Поэтому любое улучшение, полученное в этом поиске, является улучшением считывания, а не новым механизмом распространения.

Граница оптимизации и теста. Поиск схемы датчиков оптимизируется под заявленную задачу по направлениям и частотам, а затем оценивается на независимой численной сетке. Межсеточная оценка защищает от «обратного преступления» на одной дискретизации, но не является удержанием по невиданным направлениям или частотам. Поэтому значение 91,36 % следует читать как оптимизированную эталонную характеристику при межсеточной валидации, а не как продемонстрированную скорость обобщения вне распределения.

Величины в численном приёмнике — 7×96 = 672 — являются восстановленными отсчётами поля. Их не следует интерпретировать как требование 672 физических микрофонов в будущем прототипе. Может ли уменьшенное число физических каналов сохранить ту же геометрию состояний — открытый аппаратный вопрос, не устанавливаемый настоящими расчётами.

8. Каким образом представляются и декодируются несколько одновременных источников?

Одноисточниковое направляющее состояние переходит в многоисточниковую модель линейной суперпозицией. Для линейной акустической среды одновременные источники порождают измеряемое состояние $y(f) = \Sigma_k\, a_k(f)\cdot s(\Omega_k,f) + n(f)$. Научный вопрос затем состоит в том, охватывают ли преобразованные PHB направляющие столбцы более различимые подпространства для близких наборов источников, чем контроли.

Критерий намеренно уже, чем неограниченное разделение источников. Наиболее сильный результат фиксирует $K = 2$ и использует направления из объявленного словаря. Это делает тест достаточно чистым, чтобы отнести различия к физическому входному каскаду. Восстановление при неизвестном K и вне сетки оценивается отдельно и не втягивается контрабандой в основное утверждение.

8.1. Частотно-зависимые амплитуды источников

Для K одновременных источников корректная частотная модель допускает собственный комплексный спектр у каждого источника:

$$y(f_j) = \Sigma_{k=1}^{K}\, a_k(f_j)\cdot s(\Omega_k,f_j) + n(f_j),\quad a_k(f) = A_k(f)\cdot e^{i\psi_k(f)}.$$

Эта запись важна для реальных машин, речи, дронов и других широкополосных излучателей. Контролируемый многоисточниковый критерий использует модель контролируемой пары, а не произвольные неизвестные спектры, тогда как более ранние тесты с обученными отпечатками явно варьировали спектры источников. Настоящая работа, следовательно, демонстрирует геометрически ассистированную многоисточниковую разделимость, но не заявляет универсального слепого разделения произвольных широкополосных спектров источников.

8.2. Построение нормированного многочастотного состояния

Ключевая черта многочастотного приёмника — объединение трёх частот после нормировки на каждой частоте. Пусть $h_f(\Omega)$ — полный сенсорный вектор на частоте f. Определим

$$\hat{s}_f(\Omega) = h_f(\Omega) / \|h_f(\Omega)\|_2,$$

$$S(\Omega) = (1/\sqrt{N_f})\cdot[\, \hat{s}_{f_1}(\Omega);\, \hat{s}_{f_2}(\Omega);\, \ldots;\, \hat{s}_{f_{N_f}}(\Omega)\,].$$

Это не позволяет частоте с большой амплитудой доминировать в совместной метрике и делает совместный словарь чувствительным прежде всего к форме комплексного состояния. Сильный рост от лучших одночастотных результатов $K = 2$ к совместному значению 91,36 % указывает на комплементарную частотную информацию: ошибки на трёх частотах коррелированы не полностью.

8.3. Глобальный декодер опоры при известном K

Для контролируемого двухисточникового эксперимента кандидатным множеством являются все неупорядоченные пары из 11 заданных азимутов. Для кандидатной опоры (i, j) столбцы словаря на грубой сетке образуют

$$A_{ij} = [S_i\ \ S_j].$$

Приведённое QR-разложение даёт ортонормированный базис Q_{ij} кандидатного подпространства. Наблюдаемая смесь y на мелкой сетке оценивается по энергии остатка вне этого подпространства. Выбранная опора есть

$$(i^*, j^*) = \operatorname{argmin}_{i<j}\ \sqrt{(\,\|y\|^2 - \|Q_{ij}^{H} y\|^2)\,/\,\|y\|^2}\,).$$

Основная детерминированная смесь пары использует относительную амплитуду 0,7 и четыре относительные фазы 0, π/2, π и 3π/2. Словарь строится по сетке 401×241, тогда как наблюдение независимо строится по сетке 501×301. Это межсеточное разделение намеренно предотвращает «обратное преступление» на одной сетке.

8.4. Область применимости: известное K и направления из словаря

Наиболее сильный контролируемый результат относится к восстановлению опоры при известном K и направлениях из словаря. K задаётся извне, а истинные направления принадлежат проверенному банку из 11 направлений. Отдельный полный трёхмерный тест показал, что произвольная локализация вне сетки при неизвестном числе источников существенно сложнее и пока не установлена. Это различие сохранено явно, поскольку оно отделяет валидированную новую архитектуру приёмника от более широкой нерешённой обратной задачи.

8.5. Истинное сферическое разделение ближайшей проверенной пары

Контролируемый банк направлений задан при фиксированном полярном угле $\theta = 14°$ с соседними азимутами, разнесёнными на $\Delta\varphi = 2°$. Поэтому ближайшую пару следует характеризовать расстоянием по большому кругу, а не только приращением азимута. Для двух единичных направлений с $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ сферическое разделение γ удовлетворяет $\cos\gamma = \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos\Delta\varphi$. При $\theta = 14°$ и $\Delta\varphi = 2°$ это даёт $\gamma = 0{,}483821°$. Таким образом, приведённый результат для ближайшей пары — 77,5 % для точного РНВ против 10,0 % для гладкого контроля — относится к двум направлениям на источники, разнесённым менее чем на половину градуса на единичной сфере, хотя их азимутальные метки отличаются на 2°.

Это геометрическое преобразование важно для интерпретации многоисточникового результата: при малом угле места от оси симметрии фиксированное приращение азимута соответствует существенно меньшему физическому угловому разделению. Поэтому решающий критерий близкой пары проверяет различение опоры между двумя заранее заданными направлениями словаря, разнесёнными на 0,483821° на единичной сфере. Этот результат не является измерением непрерывного углового разрешения на уровне 0,483821°.

9. Перестраивает ли РНВ конечно-волновое поле? Плоские свидетельства

Плоские расчёты отвечают на первый конечно-волновой вопрос: создаёт ли точная граница РНВ распределённое акустическое состояние, измеримо отличное от согласованных контролей, или лучевые идеи стираются волновой интерференцией? Поэтому важное свидетельство — не отдельная горячая точка, а устойчивость по положениям, частотам, сеткам и мерам комплексного состояния.

Что этот раздел может доказать — это зависящее от геометрии конечно-волновое кодирование и развязку информации и амплитуды в плоской модели. Сам по себе он не может доказать трёхмерную локализацию или многоисточниковое восстановление; для этого требуются последующие трёхмерные тесты.

9.1. Широкополосный направленный код

В широкополосных стресс-тестах с низкой добротностью дифференциальная координата РНВ остаётся монотонной и почти линейной на проверенном интервале знакопеременных углов, с $R^2 \approx 0{,}989$–$0{,}993$. Согласованные контроли также могут быть монотонными, поэтому этот результат не используется как критерий уникальности. Его роль более базовая: направленный код выживает при многократных отражениях и уширении резонансов в конечной полосе.

9.2. Нормированное спектрально-фазовое отличие относительно гладкого контроля

После вычитания отклика пустого пространства и выделения нечётной угловой компоненты PHB и равноплощадный гладкий контроль имеют почти равные нормы, но сильно различные нормированные комплексные формы. В представительной координате считывания проективные углы PHB/smooth равны 54,6597° и 56,0830° на двух сетках, при нормированных расстояниях 0,9182 и 0,9402. Антисимметрия PHB равна 0,999932 и 0,999915, тогда как норма нечётного отклика PHB изменяется между двумя сетками лишь на 0,606 %.

По 41 внутреннему положению минимальный двухсеточный угол PHB/smooth лежит в интервале от 49,07° до 58,48° при медиане 53,90°; 39 из 41 положения превышают 50°. Эта широкая пространственная устойчивость информативнее единственного оптимума: различие фазовых состояний PHB и smooth распределено по внутреннему полю.

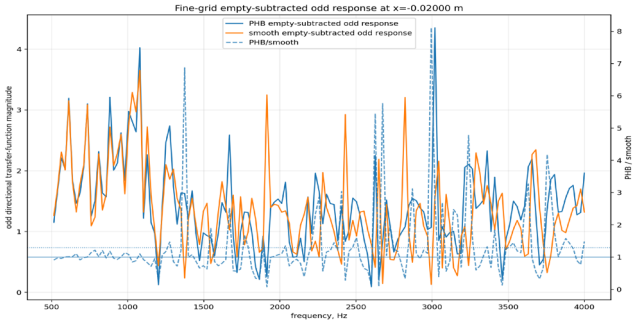

Рисунок 5. Исходные, сгенерированные скриптом нечётные комплексные спектры после вычитания отклика. Сходная норма отклика сосуществует с большим различием нормированного комплексного состояния.

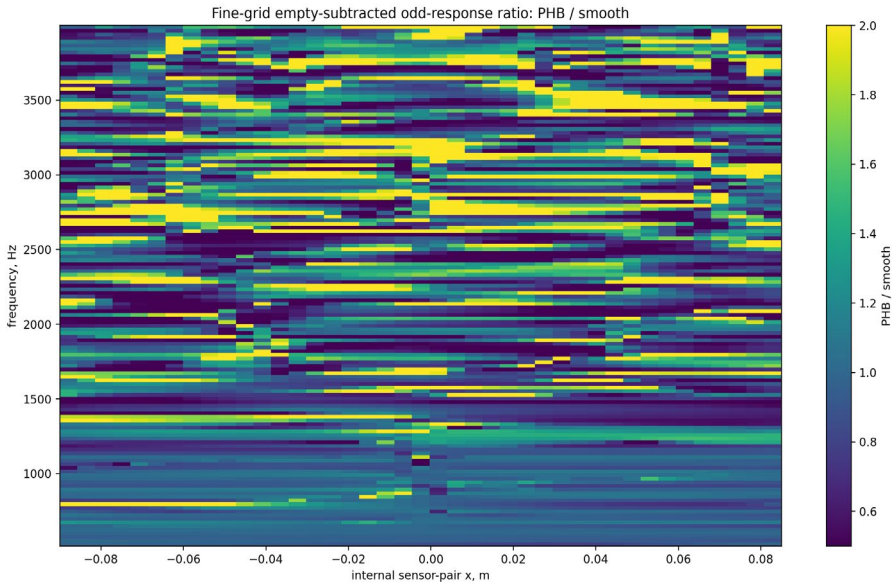

Рисунок 6. Исходная, сгенерированная скриптом пространственно-частотная карта информационного преимущества PHB/smooth. Эффект занимает протяжённую область, а не один изолированный пиксель.

Запас над численным фоном и пространственная устойчивость фазового кода

Двухсеточный аудит по 41 положению даёт дополнительное свидетельство того, что нормированное нечётное направленное состояние не является численным остатком. На сохранённой пространственной трассе минимальная антисимметрия PHB равна 0,999849, медианное межсеточное изменение нормы нечётного отклика составляет 0,78 %, а 90-й

процентиль этого изменения — 3,57 %. Наиболее важно, что минимальное отношение направленной нечётной компоненты к численному уровню нулевого сигнала превышает $1{,}09\times10^{4}$. Следовательно, проективное разделение PHB/smooth порядка 50–58° наблюдается с очень большим численным запасом относительно сохранённого нулевого отклика.

Та же левосторонняя полоса считывания, независимо выявленная по малой ошибке пеленга, лежит внутри этой пространственно устойчивой области фазового разделения. Это перекрытие ценно, поскольку информационно богатая зона не была выведена из единственного изолированного оптимума: два независимых диагностических критерия — разделение формы состояния и восстановление удержанных направлений — указывают на одну и ту же окрестность.

Тест абляции признаков показывает, что PHB-код не сводится к одному простому отношению каналов. При использовании полного комплексного спектрального состояния точный PHB даёт удержанную среднюю абсолютную ошибку около 0,975° в соответствующем агрегированном плоском тесте. При сведении представления к одному признаку отношения пары ошибка точного PHB возрастает примерно до 2,366°, и согласованные контроли могут сравняться с ним или превзойти его. Полезная информация о направлении, следовательно, распределена по многоканальному комплексному спектру, а не хранится в одной скалярной фазовой разности.

Спектральная абляция: направленный код не привязан к одной спектральной линии

Отдельный тест частотной абляции ставит более строгий вопрос, чем обычное широкополосное декодирование: разрушается ли направленная сигнатура, если удалить одну, казалось бы, важную спектральную область? В сохранённом плоском критерии вырезание компоненты 3,4 кГц или удаление выбранных каналов 3,4/3,55 кГц оставляет удержанную среднюю абсолютную ошибку точного PHB в примерном диапазоне 2,03–2,41°, а точность по знаку остаётся 0,956–0,971. Численные значения хуже полнополосного оптимума, как и ожидалось, но направленное отображение остаётся работоспособным.

Этот результат механистически важен, поскольку отвергает интерпретацию PHB-кода одной линией или случайным резонансом в пределах проверенной полосы. Полезное состояние распределено по спектру: удаление выбранных каналов ухудшает представление, но не уничтожает его. Свидетельство не устанавливает устойчивость к произвольному пропаданию полос или широкополосную оптимальность; оно устанавливает конечную спектральную избыточность в объявленном наборе каналов.

9.3. Полнополевая чувствительность к точной форме стенки

Более причинный тест внутри одного семейства сравнивает точный PHB с близким объёмосогласованным возмущением. Интегральные прокси отклика, пропорциональные квадрату давления, почти равны, однако глобальный угол комплексного поля достигает 25,20° при нормальном падении и 31,78° при косом падении около ±15°. Медианные локальные спектральные углы равны 26,54° и 30,81°, медианные среднеквадратичные разности фаз составляют примерно 29,46–37,23°, а медианные различия групповой задержки — несколько микросекунд.

Чтобы отвергнуть тривиальное объяснение растрированием стенки, из рассмотрения удаляются все точки поля в пределах 50 мм от изменённой границы. Остаётся около 80,7 % общей внутренней области, и медианный локальный угол состояния по-прежнему равен 25,91° при 0° и 29,94° при косом падении. Таким образом, возмущение перестраивает внутреннее состояние, а не просто изменяет тонкий слой дискретизированных ячеек стенки.

То же семейство контролируемых возмущений демонстрирует также дозовый отклик «геометрия → состояние». При увеличении амплитуды деформации от 0,03a до 0,06a медианный угол полной комплексной пары относительно точного PHB возрастает примерно с 9,89° до 19,08°; соответствующий угол по признаку отношения пары возрастает примерно с 15,20° до 28,09°. Внутри этого проверенного семейства большее отклонение от определяющего профиля PHB, следовательно, приводит к большему отклонению акустического состояния. Эта монотонная тенденция является более сильным причинным свидетельством, чем единичное сравнение exact–control, поскольку сама величина вмешательства упорядочена.

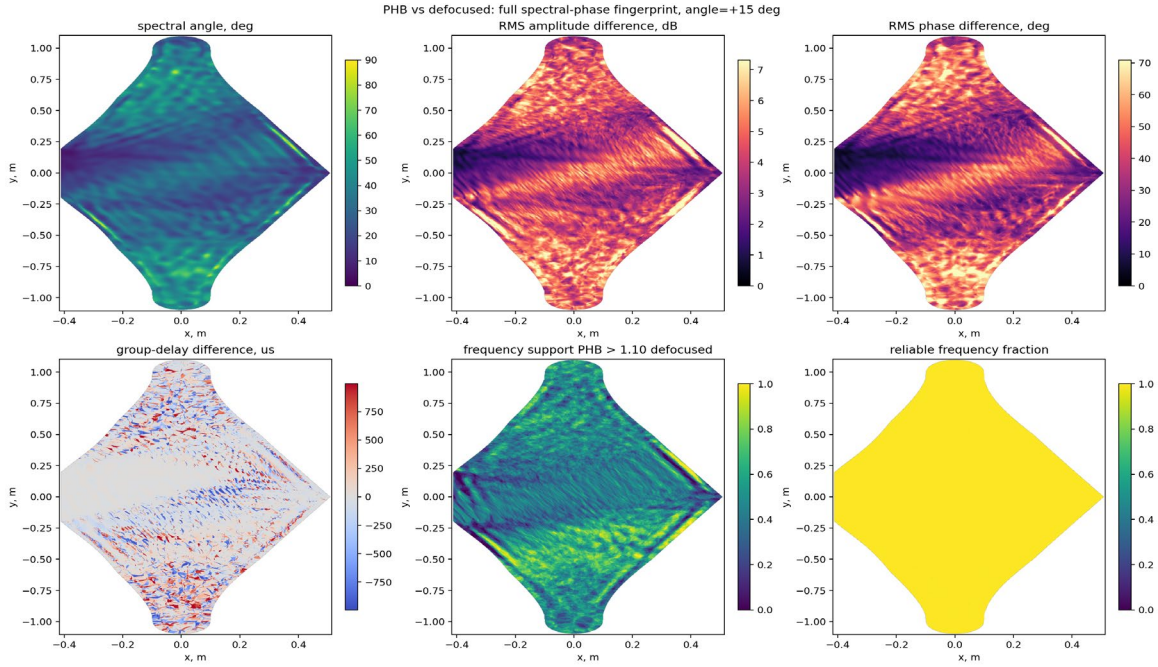

Рисунок 7. Исходная, сгенерированная скриптом полнополевая сводка фаз exact-PHB/near-PHB при косом падении.

9.4. Локальное усиление отклика и информационно богатые положения микрофонов

Эффект PHB не является чисто фазовым. Локальное усиление отклика проявляется в отдельных зонах и может сосуществовать с малой ошибкой по направлению. При x_s = −0,080 м PHB достигает средней абсолютной ошибки пеленга 0,403° против 1,048° у гладкого контроля, при локальном прокси отклика +0,750 дБ относительно smooth и +7,54 дБ относительно пустого пространства. Та же область перекрывается с широкой полосой фазового разделения, независимо найденной в анализе 41 положения.

x_s	MAE PHB	MAE smooth	отклик PHB/smooth	отклик PHB/empty
−0,090 м	0,775°	0,922°	+0,293 дБ	+9,30 дБ
−0,080 м	0,403°	1,048°	+0,750 дБ	+7,54 дБ
−0,070 м	1,487°	4,482°	+0,723 дБ	+5,69 дБ
−0,060 м	0,426°	2,024°	−0,250 дБ	—
−0,030 м	0,450°	1,344°	+0,118 дБ	+6,84 дБ

Точка x_s = −0,060 м особенно показательна: PHB существенно точнее smooth, будучи на 0,250 дБ слабее по локальному отклику. Это прямо демонстрирует argmax G_A

≠ argmax G_I. В ветви exact/near по полному полю широкополосное отношение отклика достигает 1,241–1,370 в фокальной области считывания; в поддиапазоне 2,5–3,0 кГц оно возрастает до 1,366–1,680 с локальным максимумом отношения 2,696 (+4,31 дБ) около 2597,66 Гц. Это локальные прокси по квадрату давления, а не полная акустическая мощность.

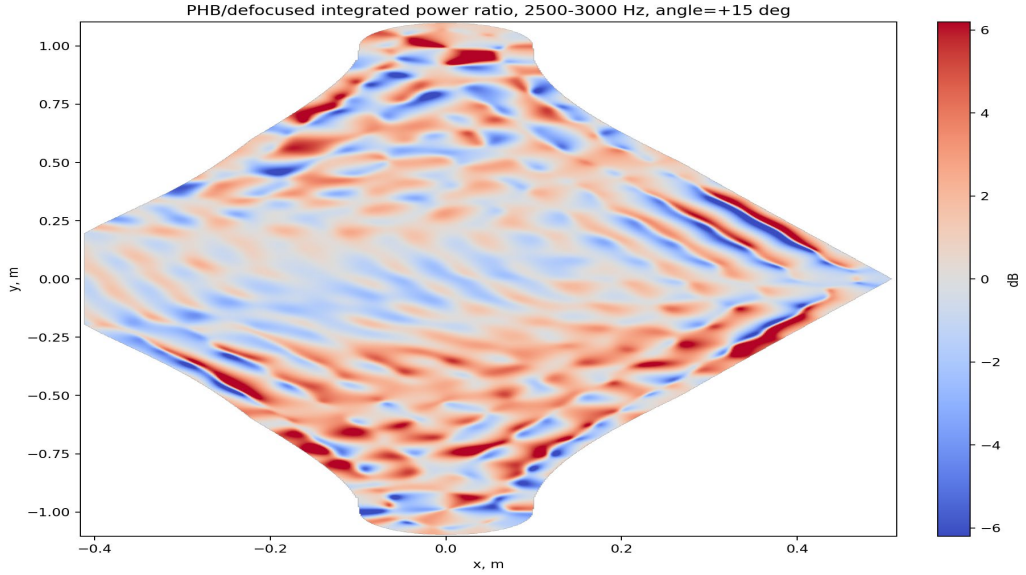

Рисунок 8. Исходная, сгенерированная скриптом карта отношения откликов exact-PHB/near-PHB в диапазоне 2,5–3,0 кГц. Неоднородность поля подтверждает перераспределение, а не равномерное усиление.

9.5. Информационный выигрыш без амплитудного выигрыша и статистическая устойчивость зоны считывания

Компактный плоский тест высокого разрешения даёт особенно прямую проверку того, может ли информация о направлении в PHB возрастать без соответствующего амплитудного преимущества. При PPW56 направленное разделение точного PHB для проверенных состояний ±15° равно 73,224°, тогда как согласованный гладкий контроль даёт приблизительно 68,274°, то есть запас около +4,95°. По проверенным пространственным положениям считывания точный PHB сохраняет средний запас направленного разделения около +3,17°, хотя медианный прокси отклика PHB/smooth по квадрату давления составляет примерно −0,17 дБ. Это сильный пример информационного выигрыша без энергетического выигрыша, поддерживающий трактовку PHB как преобразователя информации, а не обычного акустического усилителя.

Сканирование микрофонов в варианте A содержит также проверку устойчивости методом Монте-Карло. Каждая кандидатная координата оценивалась по 3600 парным ошибкам пеленга: шесть удержанных углов × три спектра источника × 200 парных реализаций комплексного шума. Условные 95 %-е бутстрэп-интервалы для среднего значения ошибки PHB минус smooth равны −0,147° [−0,172; −0,121] при x = −0,090 м, −0,645° [−0,663; −0,628] при −0,080 м, −2,995° [−3,258; −2,741] при −0,070 м, −1,599° [−1,719; −1,480] при −0,060 м и −0,894° [−0,929; −0,858] при −0,030 м. Эти интервалы количественно выражают неопределённость Монте-Карло при условии фиксированных детерминированных передаточных функций; они не являются экспериментальными доверительными интервалами и не учитывают неопределённость пост-селекции по 19 сканированным координатам.

Граница интерпретации. Плоское свидетельство устанавливает, что PHB модифицирует конечно-волновое комплексное состояние пространственно устойчивым

образом, включая случаи, когда информация улучшается без выигрыша по амплитуде. Оно ещё не устанавливает работу при одновременных источниках; для этого более сильного утверждения требуются трёхмерные разделы и разделы по многоисточниковой задаче.

9.6. Замороженный агрегированный критерий и пространственная распространённость плоского преимущества

Исследовательское сканирование положений микрофонов следует отделять от заранее объявленного агрегированного критерия. В замороженном тесте варианта B по полной паре при объявленном общем абсолютном спектральном возмущении 20 дБ точный PHB даёт MAE = 0,975°, а равноплощадный гладкий контроль — 0,991°, тогда как два близких положительных возмущения PHB дают 0,829° (+0,03a) и 0,737° (+0,06a). Таким образом, точный PHB не является конечно-волновым оптимумом этой конкретной агрегированной метрики; близкие профили PHB работают лучше. Этот отрицательный результат согласуется с последующим выводом, что определённый теоремой точный PHB является аналитическим якорем внутри конечно-широкого высокоинформативного семейства, а не универсальным точечным оптимумом.

Сканирование 19 положений варианта A даёт дополнительную пространственную статистику. PHB имеет меньшую MAE при 20 дБ, чем гладкий контроль, в 10 из 19 проверенных координат, и сочетает меньшую MAE с положительным локальным выигрышем отклика PHB/smooth только в 4 из 19 координат. Эти числа не позволяют принять отдельные положения с малой ошибкой за универсальное преимущество внутри объёма. Они, напротив, поддерживают более конкретную картину протяжённой, но неоднородной информационно богатой области, в которой амплитуда и направленная информация совпадают лишь локально.

В совокупности замороженный агрегированный результат и пространственное сканирование уточняют причинное утверждение: устойчивым объектом является центрированное на PHB зависящее от геометрии семейство состояний, а не универсальное превосходство точного аналитического профиля в каждой координате датчика и по каждой конечно-волновой метрике.

10. Сохраняется ли область, заданная законом, в трёхмерном случае и где информация максимальна?

Следующий вопрос — сохраняет ли мотивированная законом радиальная область смысл после введения истинного трёхмерного распространения. Тест разделяет амплитуду давления и информацию о направлении, сканируя радиус и осевое положение и выясняя, где направляющее состояние изменяется с направлением на источник наиболее полезно.

Успешный результат не требует, чтобы максимум акустического давления располагался точно на геометрическом многообразии. Конечная длина волны может уширять и смещать информационный оптимум. Релевантное предсказание слабее и физичнее: определённая теоремой область должна организовывать воспроизводимую окрестность, в которой направленные состояния особенно информативны.

Полный трёхмерный расчёт подтверждает, что мотивированная законом кольцевая область остаётся информативной при наличии как полярной, так и азимутальной структуры. Замороженный приёмник достигает субградусной средней угловой ошибки в устойчивой низкочастотной полосе, а сходство нормированных комплексных состояний между PPW16 и PPW20 составляет около 0,927 в среднем и 0,920 как минимум. Независимый подтверждающий прогон даёт 0,590° в отсутствие шума и 0,666° при 20 дБ.

Радиальное сканирование даёт одну из наиболее сильных связей «закон → волна». При PPW20 максимум необработанного отклика находится около ρ/R ≈ 1,03, тогда как минимум ошибки замороженного декодера достигается при заданном законом ρ/R = 1,00. В этом положении точный PHB даёт сферическую MAE 0,373°, near-PHB — 0,853°, smooth — 1,968°. Следовательно, геометрический радиус в этом тесте информационно оптимален, хотя и не соответствует максимуму скалярного отклика.

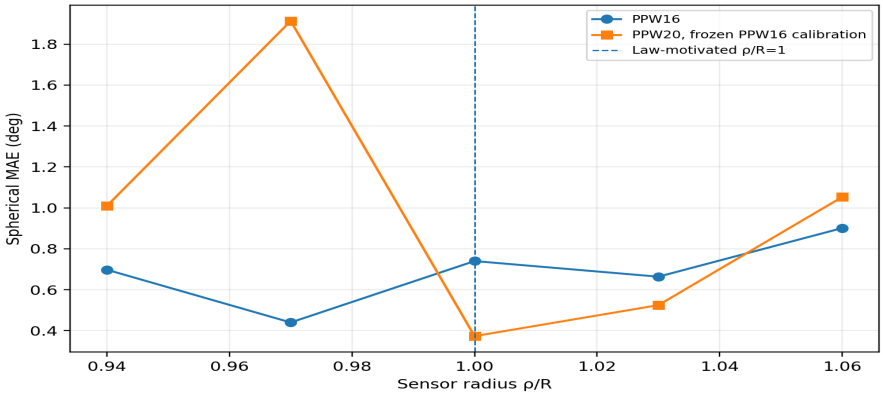

Рисунок 9. Исходный, сгенерированный скриптом радиальный скан определения направления. Заданный законом радиус ρ = R информационно оптимален в тесте с замороженным декодером, хотя пик отклика лежит рядом, на другом радиусе.

Сравнение углов состояния для близких пар особенно важно для многоисточниковой работы. Для разнесений источников 8, 5, 3 и 2 градуса точный PHB даёт углы состояния 21,69°, 12,19°, 6,56° и 4,19° соответственно. Соответствующие значения near-PHB равны 20,50°, 11,31°, 5,92° и 3,77°; smooth даёт 16,38°, 8,97°, 4,19° и 2,82°; обычный компаратор даёт 15,43°, 8,27°, 4,12° и 2,65°. Порядок exact > near > smooth > conventional выполняется для всех четырёх проверенных разнесений в этом эксперименте.

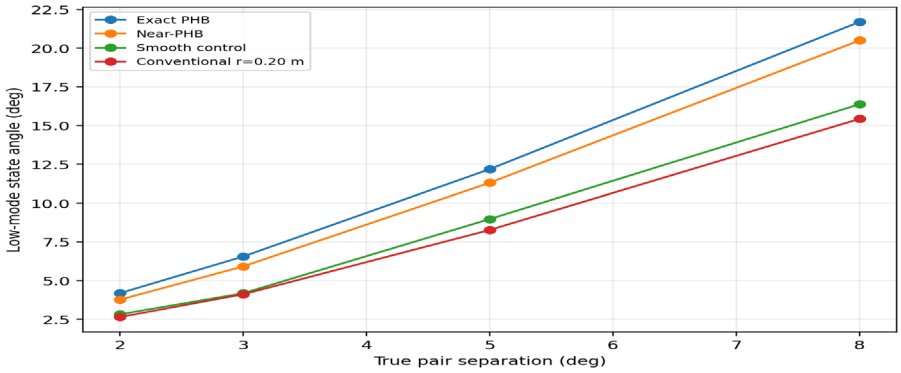

Рисунок 10. Исходная, сгенерированная скриптом информационная геометрия близких пар в трёх измерениях. Точный PHB даёт наибольший проективный угол состояния при каждом проверенном разнесении пары.

При большей плотности датчиков и PPW20 минимальный угол близкой пары у точного PHB достигает 22,294° по сравнению с 20,640° у лучшего near-контроля и 20,270° у smooth; отношение exact к лучшему контролю около 1,080. Преимущество сохраняется на уровне примерно 8–9 % при N = 24, 48 и 96, тогда как изменение метрики угла состояния между PPW16 и PPW20 составляет лишь несколько процентов. Это более сильное численное указание на то, что фазовое разделение близких источников не является артефактом грубой сетки.

10.1. Конечно-широкая окрестность «закон → волна» и осевой информационный оптимум

Заданный законом радиус ρ = R не следует интерпретировать как бесконечно тонкую акустическую фокальную поверхность. В полном трёхмерном осевом сканировании при ρ = R прокси необработанного отклика максимален около x/a = 0, тогда как выбранное по калибровке положение x/a = +0,10 имеет отклик лишь примерно на 0,09 дБ ниже, но даёт более сильное разделение состояний соседних углов. На расширенной карте фокального листа область, богатая необработанным откликом, остаётся вблизи многообразия, заданного законом, тогда как наиболее сильная конечно-волновая информация о близких парах может умеренно смещаться наружу, с высокоинформативными кандидатами около ρ/R ≈ 1,06. Численное свидетельство, следовательно, поддерживает конечно-широкую информационную окрестность, организованную вокруг точного многообразия, заданного законом, а не теорему о максимуме акустической интенсивности строго при ρ = R.

Это различие усиливает интерпретацию, в которой первична геометрия: точный закон даёт аналитический центр считывания, тогда как дифракция, интерференция и модовая структура определяют конечно-волновую ширину и наилучшие осевые и радиальные координаты считывания вокруг этого центра.

Отдельное трёхмерное сравнение на одном и том же кольце показывает, что граница PHB может также увеличивать абсолютный внутренний отклик относительно пустого приёмника при идентичном кольце считывания. По 20 общим направлениям на источники среднее преимущество PHB по отклику составляет примерно +16,90 дБ, причём сохранённые значения по отдельным направлениям лежат примерно между +14,94 и +17,84 дБ. Это сравнение не устанавливает уникальность точного PHB, поскольку контроль пустой, а не согласованный near или smooth; его роль уже: оно демонстрирует, что граница PHB материально преобразует как величину поля, так и его нормированное направленное состояние.

10.2. Сопоставление с обычной решёткой выявляет специфическую рабочую область преимущества PHB

Калиброванная обычная круговая решётка служит важным отрицательным контролем против чрезмерно широких утверждений. Для одноисточниковой трёхмерной локализации оптимизированная обычная решётка r = 0,20 м, N = 24 с SRP-PHAT достигла сферической MAE 0,148° в отсутствие шума и 0,500° при 20 дБ, превзойдя PHB-приёмник в этой сравнительно простой задаче. Тем самым PHB не установлен как лучшая обычная одноисточниковая решётка.

Сравнение для близких источников демонстрирует противоположное поведение в информационной геометрии, существенной для одновременных источников. Для проверенных разнесений пар 8, 5, 3 и 2 градуса углы состояния точного PHB равны 21,69°, 12,19°, 6,56° и 4,19°, тогда как обычный компаратор даёт 15,43°, 8,27°, 4,12° и 2,65°. Внутри этого конкретного эксперимента с углами состояния близких пар порядок exact PHB > near-PHB > smooth > conventional определяет режим, в котором входной каскад PHB отличителен: пассивное предварительное разделение близких одновременных направлений, а не минимальная MAE для одного источника. Поскольку обычная решётка и PHB-приёмник различаются граничной физикой, апертурой и эффективными пространственными степенями свободы, это сравнение не используется как общее утверждение, что PHB превосходит обычные решётки.

11. Помогает ли геометрическая предобработка при одновременных источниках?

Определение направления одного источника не является главной новизной. Центральный инженерный вопрос: помогает ли пассивная геометрия, когда одновременно

присутствуют два или более источников. Требуются два теста: во-первых, прямое моделирование одновременных источников должно согласовываться с линейной суперпозицией; во-вторых, получившиеся смеси должны оставаться различимыми для декодера, зафиксированного одинаково для всех геометрий.

Поэтому этот раздел различает физическую корректность смеси, ёмкость по числу источников и специфическое для геометрии преимущество. Сама по себе высокая доля восстановления не является свидетельством в пользу PHB, если обычный контроль работает столь же хорошо.

11.1. Прямая проверка суперпозиции одновременных источников

Словарный метод имеет смысл только в том случае, если смеси, составленные из одноисточниковых передаточных состояний, воспроизводят прямой решатель. Поэтому прямые трёхмерные FDTD-сцены с одновременными источниками сравнивались с линейной суммой соответствующих одноисточниковых полей. Согласие близко к машинной точности в пределах линейной скалярной модели. Это устанавливает, что построение многоисточникового словаря физически согласуется с лежащей в основе численной акустикой, а не является искусственным допущением постобработки.

Прямое восстановление одновременных источников — сверх проверки суперпозиции

Кампания прямого многоисточникового FDTD проверяет больше, чем линейную аддитивность. Семь «чистых» сцен с одновременными источниками, охватывающих K = 2, 3 и 4, декодировались при заданном числе источников по замороженному обученному словарю. Для N = 24, 12, 8 и 6 сохранённых сенсорных отсчётов каждая чистая сцена была восстановлена с точной опорой. Это устанавливает, что обусловленное геометрией поле может нести несколько одновременных направлений в реальном прямом решателе, а не только в синтетически просуммированных одноисточниковых состояниях.

Шум выявляет предел по порядку источников и динамическому диапазону. При комплексном шуме 20 дБ и N = 24 средняя доля точного восстановления опоры по семи сценам прямых смесей составляет 69,20 %. Две очень близкие двухисточниковые сцены в сохранённом тесте остаются на уровне 100 %, тогда как сцена с четырьмя источниками падает примерно до 17,19 %. Заранее объявленный порог 90 % средней доли восстановления поэтому не достигнут. Корректный вывод двухуровневый: чистое восстановление обученных направлений при заданном K прямо подтверждено вплоть до K = 4, но широкой устойчивости при 20 дБ по разным порядкам источников не установлено.

11.2. Ёмкость для двух, трёх и четырёх источников

Восстановление по обученным направлениям из словаря с использованием сохранённых одноисточниковых отпечатков показывает, что многообразие PHB содержит достаточно информации более чем об одном источнике. При 20 дБ точное восстановление опоры для двух источников составляет 97,8 %, 96,7 % и 95,6 % при N = 24, 12 и 8 микрофонов соответственно. При известном K восстановление трёх источников достигает 86,7 % при N = 24, а четырёх — 82,5 % в сохранённом тесте ёмкости. В более поздней ветви с плотным кольцом восстановление близких пар при K = 2 достигает примерно 99,48 % при 20 дБ, при K = 3 — примерно 97,66 %, при K = 4 — 100 % без шума, но лишь около 47,66 % при 20 дБ.

Эти результаты для K = 3 и K = 4 классифицируются как демонстрации реализуемости и ёмкости. Они не помещаются на тот же доказательный уровень, что межсеточный двухисточниковый эксперимент с согласованными контролями. Это

различие важно, поскольку рост числа источников комбинаторно изменяет обратную задачу и требует отдельных сравнений с контролями и исследований устойчивости.

Тесты числа источников с согласованными контролями дополнительно ограничивают утверждение. В одном сравнении для трёх источников при 20 дБ точный PHB восстановил 81,25 % опор, тогда как near-PHB и smooth достигли 86,72 % и 84,38 % соответственно; точный PHB, следовательно, не был лучшим. В соответствующем сравнении для четырёх источников точный PHB был наивысшим — 14,06 % против 11,72 % и 8,59 %, однако абсолютное восстановление осталось слишком низким для практического утверждения о превосходстве. Эти смешанные исходы подкрепляют решение рассматривать K = 3 и K = 4 как свидетельство ёмкости, а не как доказательство универсального преимущества точного PHB.

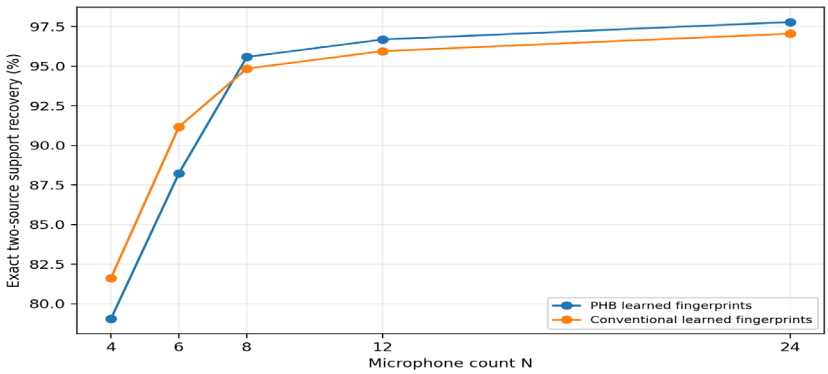

Рисунок 11. Исходное, сгенерированное скриптом восстановление опоры двух источников по обученным отпечаткам в зависимости от числа микрофонов.

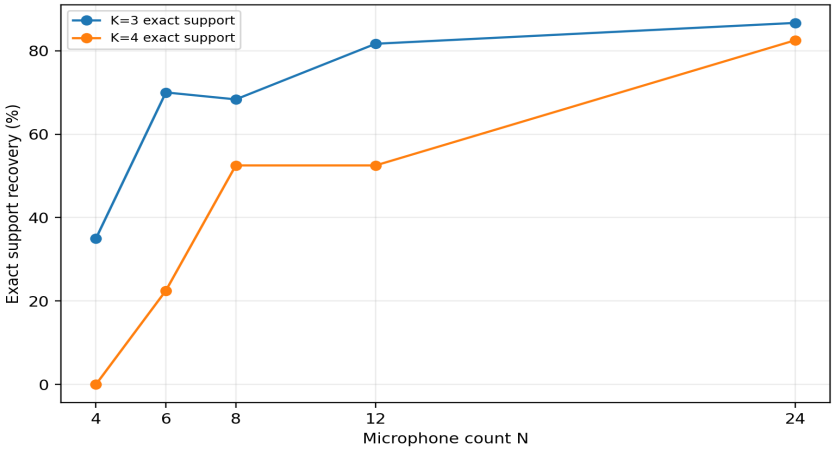

Рисунок 12. Исходные, сгенерированные скриптом результаты восстановления при известных K = 3 и K = 4 при 20 дБ. Эти данные демонстрируют ёмкость, но не являются решающей валидацией относительно согласованных контролей.

11.3. Реализуемость не тождественна преимуществу PHB: раннее сравнение обученных многоисточниковых схем

Тест с обученными отпечатками демонстрирует многоисточниковую ёмкость, но не должен интерпретироваться как решающая проверка превосходства PHB над обычной схемой. На общей библиотеке из 17 направлений при 20 дБ точное восстановление опоры для двух источников составило 97,8 %, 96,7 %, 95,6 %, 88,2 % и 79,0 % для PHB при N = 24, 12, 8, 6 и 4 датчиках, тогда как соответствующие обычные значения равны 97,1 %, 96,0 %, 94,9 %, 91,2 % и 81,6 %. Первые три плотности показывают лишь малые преимущества PHB, а два наиболее разреженных случая благоприятствуют обычному компаратору. Эти

расчёты устанавливают, что многообразие PHB несёт достаточную информацию об одновременных источниках, но большое преимущество исследованного семейства возникает только в более поздней программе с согласованными поверхностями, плотным считыванием, межсеточной проверкой и несколькими частотами.

Сравнение реальных смесей на согласованных поверхностях: намеренно слабый положительный результат

Сравнение одновременных источников на согласованных поверхностях научно важно именно потому, что не даёт большого преимущества PHB. Точный PHB, объёмосогласованное возмущение near-PHB и объёмосогласованный гладкий контроль распространяются по одному и тому же протоколу PPW16 и считываются в идентичных координатах. Все три геометрии точно восстанавливают все чистые сцены. При нормированном шуме 20 дБ и N = 24 среднее восстановление по всем сценам равно 68,75 % для точного PHB, 68,13 % для near-PHB и 67,50 % для smooth. Для трёх сцен с близкими парами соответствующие значения равны 82,81 %, 80,73 % и 81,51 %. Точный PHB, следовательно, превосходит лучший контроль лишь на 1,30 процентного пункта, что ниже заранее объявленного порога преимущества в 5 пунктов.

Тот же вывод сохраняется при общем абсолютном уровне шума: восстановление близких пар составляет 82,81 % для точного PHB, 82,29 % для лучшего контроля и 81,77 % для smooth, оставляя лишь 0,52 пункта преимущества точного PHB над лучшим контролем. Более того, для трёх близких обученных пар с разнесениями 3,10°, 3,79° и 4,61° лучший результат по углу состояния и обусловленности дают соответственно near-PHB, smooth и точный PHB. Поэтому более ранний порядок exact > near > smooth > conventional для набора 8°, 5°, 3°, 2° является подлинным результатом именно для того проверенного набора, а не универсальной теоремой для любой близкой пары направлений.

Этот слабый результат при согласованных контролях полезен, поскольку объясняет, почему решающим является более поздний эксперимент с плотным считыванием, несколькими частотами и межсеточной проверкой. Большое различие в восстановлении PHB/smooth не возникает автоматически при любом декодере или любой сцене с близкими источниками; оно появляется только тогда, когда созданное геометрией состояние считывается и объединяется способом, способным разрешить его скрытую структуру.

11.4. Явная граница опровержения: неизвестное K и восстановление вне сетки

Более широкая задача с непрерывными углами была проверена, а не принята на веру. В заранее объявленной кампании с направлениями вне сетки и неизвестным числом источников все 40 запланированных трёхмерных FDTD-случаев были завершены, однако архитектура инференса не достигла своих порогов по разрешению. Декодер на эмпирическом многообразии разрешил только 1 из 8 отладочных сцен PPW16 и ни одной из двух сложных пар PPW20. Диагностика post-mortem показала, что существенное рассогласование модели и критерий числа источников, а не отсутствие направленной структуры, были главными ограничивающими факторами; локальная диагностика с подсказкой истины могла находить решения с малой ошибкой, но такие тесты не являются слепым свидетельством. Эта неудачная ветвь сохранена как граница опровержения: настоящий валидированный метод работает при известном K и направлениях из словаря, а не является решённым локализатором для произвольного неизвестного K и направлений вне сетки.

11.5. Масштабирование плотности датчиков с ростом числа источников

Развёртка по плотности датчиков выявляет практический закон масштабирования для информационного многообразия PHB. При 20 дБ восстановление близкой пары при K = 2

возрастает с 86,46 % при N = 24 до 92,97 % при N = 48 и 99,48 % при N = 96. Для K = 3 соответствующая последовательность равна 77,34 %, 88,28 % и 97,66 %. Для K = 4 она равна 14,84 %, 25,78 % и 47,66 %. Рост числа источников, следовательно, требует прогрессивно более плотного считывания созданного геометрией комплексного поля. Стенка может порождать информацию, но сенсорная архитектура должна обладать достаточными пространственными степенями свободы, чтобы её разрешить.

Граница интерпретации. Расчёты для одновременных источников устанавливают реализуемость и преимущества для близких пар в проверенных геометриях, но ёмкость по числу источников не эквивалентна доказательству, что точный PHB уникально оптимален. Для проверки отнесения эффекта к определяющей геометрии необходимы контролируемые деформации.

12. Связан ли эффект с геометрией PHB? Тесты контролируемых деформаций

Это ближайший численный аналог причинного вмешательства в геометрию PHB. Точная поверхность сравнивается не только с чужой формой; она непрерывно возмущается при ограничениях на объём и концевые точки границы. Если комплексное акустическое состояние изменяется с величиной и знаком этого возмущения, свидетельство указывает на саму геометрию, а не на грубый размер полости.

Вмешательство не варьирует фокальное отображение при фиксированных всех прочих геометрических дескрипторах, поэтому оно не может установить ограниченный фокальный закон как исключительный причинный механизм. Оно проверяет более широкое утверждение: контролируемые отклонения от закреплённого фокальным законом профиля PHB вызывают систематические изменения конечно-волнового состояния.

Тем не менее результат следует интерпретировать локально. Near-PHB может сравняться с точным PHB или превзойти его на конечной частоте, поэтому данные поддерживают аналитически закреплённое высокоинформативное семейство, а не универсальную теорему о том, что точный профиль максимизирует каждую волновую метрику.

Широкий и локальный поиски деформаций ставят вопрос, остаётся ли точный PHB осмысленным аналитическим якорем, когда целью оценки является многоисточниковая информация. В широком поиске выбранный кандидат A2M18_A3P06 даёт точности K = 2, равные 70,00 %, 80,00 % и 45,91 % на 2000, 2012,5 и 2500 Гц. Точный PHB даёт 72,73 %, 80,91 % и 49,55 % на том же критерии. В локальном поиске по 81 геометрии выбранный кандидат A2P04_A3P06 даёт 69,55 %, 77,73 % и 39,09 %, что снова ниже точного PHB на всех трёх частотах.

Частота	Точный PHB, K = 2	Выбранная широкая деформация	Выбранная локальная деформация
2000 Гц	72,73 %	70,00 %	69,55 %
2012,5 Гц	80,91 %	80,00 %	77,73 %
2500 Гц	49,55 %	45,91 %	39,09 %

Эти поиски не доказывают глобальную оптимальность точного PHB среди всех возможных поверхностей. Они устанавливают утверждение более сильное, чем одно сравнение exact–smooth: внутри двух явно параметризованных объёмосогласованных окрестностей выбранные конечно-волновые альтернативы не смещают последовательно точную геометрию на решающем наборе частот. Поэтому точный PHB можно

рассматривать как аналитический центр высокоинформативного семейства, а не как произвольно выбранный на глаз контур.

13. Какая часть информации PHB скрывается неудачной схемой размещения датчиков?

Физический кодер и считывание — две части одной измерительной системы. Эксперимент по оптимизации датчиков ставит вопрос, содержит ли поле PHB информацию, которую базовая кольцевая схема не улавливает. Разрешается изменять только координаты датчиков; геометрия и акустическая физика остаются замороженными.

Если после этой ограниченной оптимизации восстановление сильно возрастает, а согласованные контроли не приобретают такого же выигрыша, интерпретация такова не «оптимизатор изобрёл эффект», а «созданное PHB многообразие состояний содержало полезную структуру, которую базовый сэмплер недоразрешил».

При замороженной геометрии стенки локальный поиск 81 варианта схемы датчиков возмущает парные положения колец осевыми и радиальными сдвигами от −4 до +4 мм. Победившая схема DXM04_DRM02 повышает совместное восстановление K = 2 для точного PHB с 75,91 % до 91,36 %. Ещё показательнее рост восстановления ближайшей пары с 12,5 % до 77,5 %. Поскольку волновая граница и уравнение в частных производных не изменяются, этот большой рост демонстрирует, что существенная информация о направлении уже присутствовала в поле PHB и была ранее недоотсэмплирована базовой архитектурой.

Метрика	Базовая схема	Оптимизированное сенсорное многообразие	Абсолютное изменение
Совместный K = 2	75,91 %	91,36 %	+15,45 п. п.
Ближайшая пара, K = 2	12,50 %	77,50 %	+65,00 п. п.

Этот результат вводит второй вид специфичности помимо геометрии стенки: PHB-приёмник обладает информационно богатым пространственным полем, полезные координаты которого можно выявить и сэмплировать. Сенсорное многообразие, следовательно, является неотъемлемой частью нового метода, а не пассивным дополнением.

Граница интерпретации. Исследования деформаций поддерживают центрированное на PHB высокоинформативное семейство и показывают, что конечно-волновые оптимумы могут смещаться от точного аналитического профиля. Поэтому решающий вопрос — не точечная точность, а сохраняет ли PHB-производный приёмник устойчивое преимущество при межсеточной численной реализации.

14. Сохраняется ли многоисточниковое преимущество при межсеточной валидации?

Это наиболее сильный операциональный тест, поскольку словарь и наблюдения вычисляются на разных численных сетках. Поэтому декодер не может добиться успеха простым запоминанием одной и той же ошибки дискретизации. Нормировка на каждой частоте дополнительно не позволяет самой громкой частоте доминировать в совместном результате.

Вопрос точен: при двух одновременных источниках из словаря с известным числом источников даёт ли входной каскад PHB более высокую долю точного восстановления

опоры, чем согласованные контроли, когда численная реализация намеренно изменена между калибровкой и тестом?

Межсеточная валидация замораживает физику, все три геометрии стенки, базовую и оптимизированную схемы датчиков, банк направлений, K, Q и частоты. Точный PHB, объёмосогласованный near-PHB и объёмосогласованный smooth решаются на четырёх сетках; решающий словарь восстановления формируется на одной сетке, а наблюдение — на другой.

Частота / совместный результат	Точный PHB, K = 2	Near-PHB, K = 2	Smooth, K = 2
2000 Гц	77,73 %	77,73 %	31,36 %
2012,5 Гц	69,55 %	69,55 %	30,45 %
2500 Гц	49,55 %	46,82 %	43,64 %
Совместный по трём частотам	91,36 %	91,36 %	35,45 %

Центральный операциональный результат — совместное сравнение по трём частотам. Точный PHB достигает 91,36 % восстановления опоры при K = 2 против 35,45 % у гладкого контроля, то есть абсолютное преимущество 55,91 процентного пункта. Для ближайшего проверенного истинного углового разнесения, примерно 0,483821°, точный PHB достигает 77,5 %, тогда как smooth — 10,0 %, преимущество 67,5 пункта. Базовая архитектура уже показывает большое совместное различие PHB/smooth, что демонстрирует: преимущество не создано оптимизацией датчиков.

Near-PHB достигает паритета с точным PHB по оптимизированной совместной оценке и по оценке ближайшей пары. Это научно важно, а не неудобно: это указывает на конечно-волновое плато высокоэффективных форм вокруг определённой теоремой точной геометрии. Точный PHB остаётся аналитическим якорем, тогда как практическая инженерия может оптимизировать локально вокруг него. При 2500 Гц и на базовой совместной архитектуре точный PHB сохраняет строгое преимущество над near-PHB.

14.1. Число испытаний и статистика точного восстановления опоры

Детерминированный процент при K = 2 можно выразить прямо в числах. Банк направлений содержит 11 азимутов, что даёт C(11,2) = 55 неупорядоченных опор. Каждая опора проверяется с четырьмя относительными фазами источников, поэтому детерминированный совместный критерий содержит 55 × 4 = 220 смесей на каждую геометрию и схему. Оптимизированный точный PHB правильно восстанавливает 201 из 220 смесей (91,36 %), тогда как гладкий контроль восстанавливает 78 из 220 (35,45 %). Приведение целочисленных счётчиков показывает, что основные проценты являются агрегированными частотами восстановления опоры на конечном, явно перечислимом тестовом наборе, а не подогнанными непрерывными метриками.

14.2. Различная причинная сила сравнений exact/smooth и exact/near

Межсеточный аудит также количественно оценивает, насколько различие состояний, вызванное геометрией, превышает масштаб дискретизации. Для точного PHB против гладкого согласованного контроля проективное физическое различие составляет примерно 17,9–19,0 раза от масштаба сеточного изменения при переходе от 401×241 к 501×301. Для сравнения exact против near-PHB соответствующее отношение составляет лишь около 1,27–1,40. Поэтому наиболее сильное численное утверждение об уникальности относится к состоянию семейства PHB относительно гладкого контроля;

различение математически точного PHB и близкой деформации PHB тоньше и должно интерпретироваться как локальный причинный тест, а не как столь же большой эффект.

14.3. Глобальные сводки по словарю сами по себе не объясняют преимущество PHB

Ещё один диагностический результат состоит в том, что общие глобальные сводки по словарю не являются достаточными предикторами наблюдаемого восстановления при K = 2. В мелкосеточном аудите гладкий контроль может иметь несколько более благоприятные значения некоторых глобальных величин, например максимальной взаимной когерентности или обобщённой сводки по сингулярным числам, тогда как его характеристики восстановления опоры остаются намного ниже, чем у PHB. Операциональное преимущество, следовательно, не описывается одним скалярным числом обусловленности по всему словарю. Оно структурировано по конкретным парам направлений, относительным фазам, частотам и сенсорным кольцам. Это мотивирует парно-специфическую и локальную проективную информационную геометрию вместо опоры на одну глобальную статистику когерентности.

15. Насколько эффект устойчив к шуму и где он отказывает?

Тестирование шума определяет, обладает ли созданное геометрией разделение практическим запасом или исчезает, как только комплексное состояние возмущается. Полезной величиной является не изолированный порог отношения сигнал/шум, а относительная деградация точного PHB, near-PHB и гладкого контроля при общей модели шума.

Граница доказательства явная: преимущество сильно при умеренном отношении сигнал/шум в проверенном протоколе, сужается при его снижении и не даёт оснований для утверждения об универсальном превосходстве при низком отношении сигнал/шум.

Комплексный гауссов шум добавляется по одинаковой структуре протокола и с фиксированными начальными значениями генератора для всех геометрий. Для оптимизированного совместного представления точный PHB даёт 75,74 % восстановления K = 2 при 30 дБ против 34,94 % у smooth; при 20 дБ значения равны 44,32 % и 32,33 %. Восстановление ближайшей пары составляет 44,69 % против 9,69 % при 30 дБ и 17,50 % против примерно 10,62 % при 20 дБ. При 10 дБ общее преимущество точного PHB над smooth для настоящего декодера исчезает.

SNR	Точный PHB, K = 2	Smooth, K = 2	Точный PHB, ближайшая пара	Smooth, ближайшая пара
30 дБ	75,74 %	34,94 %	44,69 %	9,69 %
20 дБ	44,32 %	32,33 %	17,50 %	10,62 %
10 дБ	14,94 %	15,23 %	7,81 %	10,31 %

Пересечение при 10 дБ в настоящее время нельзя однозначно отнести ни к отказу кодирования по фокальному закону, ни к обратному алгоритму. Оно обозначает рабочую границу текущего численного приёмника. Будущая работа должна разделить потерю геометрической информации и ограничения декодера, калибровки и шумового пола.

Шумовой паритет near-PHB и конечновыборочная неопределённость

Тесты шума также заостряют различие между уникальностью семейства PHB и уникальностью точного профиля. При оптимизированной схеме восстановление K = 2 для точного и near-PHB составляет соответственно 75,74 % и 75,57 % при 30 дБ, 44,32 % и 44,83 % при 20 дБ и 14,94 % и 14,32 % при 10 дБ. Таким образом, ни один из профилей не

доминирует над другим при всех уровнях шума; оба принадлежат одной и той же высокоинформативной окрестности и оба существенно превосходят гладкий контроль в полезном режиме 30–20 дБ.

Для тестирования шума при K = 2 протокол использует 55 опор × 4 относительные фазы × 8 независимых реализаций шума = 1760 испытаний на каждую геометрию и SNR. Точный PHB, следовательно, имеет 1333/1760 успехов при 30 дБ, 780/1760 при 20 дБ и 263/1760 при 10 дБ; smooth имеет 615/1760, 569/1760 и 268/1760. 95 %-е интервалы Уилсона равны [73,68 %; 77,68 %] против [32,75 %; 37,20 %] при 30 дБ, [42,01 %; 46,65 %] против [30,18 %; 34,55 %] при 20 дБ и [13,35 %; 16,69 %] против [13,62 %; 16,98 %] при 10 дБ. Эти интервалы являются границами неопределённости при конечном числе испытаний для объявленного протокола синтетического шума, а не лабораторными доверительными интервалами.

Подмножество ближайшей пары содержит 320 испытаний на каждую геометрию и SNR. При 30 дБ точный PHB даёт 143/320 (44,69 %; 95 % Уилсона [39,34 %; 50,17 %]), а smooth даёт 31/320 (9,69 %; [6,91 %; 13,42 %]); при 20 дБ значения равны 56/320 (17,50 %; [13,73 %; 22,04 %]) и 34/320 (10,63 %; [7,70 %; 14,48 %]). При 10 дБ интервалы сильно перекрываются, что согласуется с утратой надёжного преимущества PHB для настоящего декодера.

Статистическая граница. Интервалы Уилсона характеризуют вариабельность при конечном числе испытаний в рамках объявленного протокола синтетического шума. Реализации шума вложены в фиксированные опоры и относительные фазы, поэтому испытания не интерпретируются как независимые выборки из популяции произвольных акустических сцен. Эти интервалы являются описательными сводками неопределённости; для выводов на уровне популяции более уместен бутстрэп с кластеризацией по опорам.

16. Почему несколько частот помогают, а не просто добавляют энергию?

Несколько частот полезны только в том случае, если они вносят комплементарную геометрию состояний, а не просто добавляют акустическую энергию. Поскольку каждый частотный блок нормируется перед укладкой, улучшение совместного декодера указывает на то, что разные частоты вносят нередундантную направленную структуру.

Это важный принцип проектирования для ГВИ: геометрия и частота образуют совместное пространство кодирования. Поэтому будущий приёмник должен выбирать наборы частот по информационной комплементарности, а не только по амплитуде.

Многочастотные данные выявляют особенность, которую легко упустить, если сообщать только совместный процент. Одночастотное преимущество PHB сильно зависит от частоты: оно велико на 2000 и 2012,5 Гц и существенно меньше на 2500 Гц. Тем не менее нормированное совместное представление превосходит каждую отдельную частоту. Это означает, что три частоты дают комплементарные направленные «взгляды», а не редундантные копии одной и той же геометрии состояния.

Это наблюдение вводит отдельный принцип проектирования для будущих PHB-приёмников: выбирать информационно оптимальный набор частот, а не просто полосу максимального отклика. Для реальных источников с разными спектрами приёмник может использовать как разнообразие геометрий, так и разнообразие спектров. Настоящие расчёты устанавливают механизм при контролируемых спектрах; идентификация произвольных широкополосных источников остаётся будущей задачей.

Граница интерпретации. Устойчивость к шуму конечна, а не универсальна. Настоящие данные определяют рабочий режим, в котором геометрически ассистированное разделение остаётся полезным; они также определяют режим, в котором это свидетельство ослабевает или меняет знак.

17. Какие именно PHB-специфические свойства установлены?

Цель этой инвентаризации — не позволить свести результат к одному благоприятному проценту или к одной фазовой метрике. Расчёт выявляет связное семейство связанных с PHB явлений: точный геометрический перенос, пространственно распределённые изменения комплексного состояния, развязку информации и амплитуды, чувствительность к деформации, разнесение состояний близких пар, многочастотную комплементарность и зависящую от датчиков восстановимость.

Ни один отдельный пункт не доказывает глобальную уникальность. Их научная ценность — в конвергенции: множество наблюдаемых величин и численных формулировок указывают на одну и ту же физическую интерпретацию границы PHB как пассивного преобразователя пространства состояний. Они не являются независимыми лабораторными воспроизведениями.

Новое направление не следует сводить к одному числу фазового угла. Вычислительное свидетельство выявляет набор взаимно подкрепляющих PHB-специфических свойств. Их доказательная сила различается, но вместе они определяют архитектуру.

Свойство	Наблюдаемая PHB-специфическая сигнатура	Научная интерпретация
Точный аналитический якорь	замкнутый закон фокального сжатия и заданный законом радиус $\rho = R$	радиус датчиков выбирается не чисто эмпирически
Распределённое различие фазового спектра	угол нормированного состояния PHB/smooth около 55° на двух сетках и широкая пространственная устойчивость	геометрия превращает направление в форму комплексного состояния
Чувствительность к форме	полнополевой угол exact/near 25–32°, сохраняющийся вдали от стенки	малые изменения профиля перестраивают внутреннее фазовое поле
Локальное усиление отклика	положительный выигрыш PHB/smooth и PHB/empty в отдельных зонах с малой ошибкой; локальный пик exact/near +4,31 дБ	геометрия может также локально улучшать измерительный запас
Развязка информации и амплитуды	точки с малой ошибкой могут существовать без максимума отклика	приёмник следует оптимизировать по информации, а не по громкости
Радиальное соответствие «закон → волна»	$\rho = R$ — лучший радиус для замороженного декодера в согласованном сканировании PPW20, тогда как пик отклика лежит около 1,03R	геометрическое многообразие предсказывает область волновой информации
Разделение близких источников	точный PHB даёт наибольший угол состояния во всём исходном наборе из четырёх пар 8–2°; этот порядок не универсален для всех более поздних сцен с близкими	обусловленность пары может улучшаться до инверсии

	парами	
Многоисточниковая ёмкость	продемонстрировано восстановление при K = 2, K = 3 и K = 4 в указанных протоколах	многообразие PHB несёт информацию об одновременных источниках
Закрепление в семействе деформаций	широкие и локальные объёмосогласованные поиски не смещают последовательно точный PHB на решающем наборе частот	точная поверхность остаётся полезным аналитическим эталоном внутри проверенных окрестностей деформаций
Рычаг сенсорного считывания	та же стенка: совместный K = 2 с 75,91 до 91,36 % и ближайшая пара с 12,5 до 77,5 %	геометрия создаёт скрытую информацию, которую может извлечь лучшее считывание
Межсеточная устойчивость	главное проективное разделение PHB–smooth далеко превышает масштаб сеточного изменения 401 → 501	главный эффект отделён от масштаба дискретизации
Устойчивость к шуму	большое преимущество при 30 дБ, положительное при 20 дБ, пересечение при 10 дБ	определяет конечный рабочий режим и опровержимую границу

Дополнительное граничное свидетельство укрепляет эту инвентаризацию, не расширяя утверждение: тесты спектральной абляции показывают конечную избыточность направленного кода PHB; замороженный плоский агрегированный критерий допускает, что близкие профили PHB превосходят точную поверхность; прямой многоисточниковый FDTD подтверждает чистое восстановление вплоть до K = 4, одновременно выявляя сильный предел по шуму при высоком порядке; а ранний тест реальных смесей на согласованных поверхностях даёт лишь преимущество в 1,30 пункта для близких пар и не проходит свой предрегистрированный порог превосходства. Эти результаты включены потому, что новая физическая архитектура лучше всего устанавливается комбинацией положительных эффектов и ясно сформулированных границ опровержения.

18. Что здесь означает «уникальность» и где заканчивается доказательство?

Слово «уникальный» потенциально вводит в заблуждение, если не указан класс сравнения. Здесь оно используется только в контролируемом смысле. Аналитическая специфичность означает, что PHB обладает указанным точным фокальным отображением. Геометрически специфичное численное свидетельство означает, что точные или центрированные на PHB контроли превосходят конкретные согласованные альтернативы в определённых метриках. Глобальная уникальность среди всех возможных пассивных акустических структур не установлена.

Эта иерархия научно сильнее, чем огульное утверждение о превосходстве, поскольку она точно указывает, какое умозаключение поддерживает каждое сравнение, а какое — нет.

Термин «уникальность» используется в трёх различных смыслах, которые не следует смешивать. Во-первых, структурная уникальность: приёмник закреплён на конкретном точном законе фокального переноса PHB и на определяемом законом сенсорном многообразии. Во-вторых, уникальность в проверенном семействе: точный PHB демонстрирует воспроизводимые преимущества над фактически проверенными согласованными геометриями, особенно над гладким контролем и отдельными случаями near и деформаций. В-третьих, глобальная уникальность: превосходство над любой

возможной пассивной полостью или архитектурой локализации. Здесь поддерживаются только первые два смысла; третий не требуется и не заявляется.

Причинная сила сравнений также различается. Сравнение exact–smooth демонстрирует инженерный контраст, но изменяет множество геометрических дескрипторов. Сравнение exact–near чище изолирует точный профиль. Ансамбли объёмосохраняющих деформаций дают более сильные тесты локального вмешательства. Повторение по пространственным сеткам усиливает все эти сравнения. Поэтому свидетельство следует читать как иерархию, а не как единственный бинарный вердикт.

Количественная иерархия нынешних утверждений об уникальности

Собранный корпус поддерживает слоистую, а не бинарную интерпретацию уникальности. Структурная уникальность точна: конструкция PHB обладает своим ограниченным законом фокального переноса и определяемым законом радиусом считывания. Функциональная уникальность в проверенном семействе наиболее сильна относительно объёмосогласованного гладкого контроля, для которого проективные различия состояний составляют примерно восемнадцать–девятнадцать масштабов сеточного изменения, а итоговые преимущества многоисточникового восстановления достигают десятков процентных пунктов. Уникальность exact относительно near слабее в конечно-волновой задаче: физическое (проективное) различие составляет лишь около 1,3 сеточного масштаба в позднем аудите, оптимизированное совместное восстановление может быть идентичным, а профили обмениваются небольшими преимуществами в условиях шума. Эта картина научно информативна: определённый теоремой точный PHB является аналитическим якорем внутри конечно-широкого высокоинформативного семейства, а не дельта-оптимумом в пространстве форм.

Граница доказательства. Совокупное свидетельство поддерживает аналитическую специфичность PHB и вычислительные геометрически специфичные преимущества над проверенными контролями. Оно не доказывает, что никакая другая форма не может достичь сходных или лучших характеристик, и не доказывает, что точный PHB является универсальным конечно-волновым оптимумом.

19. Как этот принцип мог бы стать прибором?

Предлагаемый прибор лучше всего рассматривать как гибридный аналого-цифровой приёмник. Пассивная граница PHB выполняет детерминированное физическое преобразование; дискретно сэмплирующее или модальное считывание сэмплирует преобразованное поле; цифровой вывод затем оценивает направления действующих источников. Потенциальное преимущество, следовательно, не в устранении вычислений, а в лучшей обусловленности физического измерения до начала вычислений.

Убедительный эксперимент должен сохранять эту логику, сравнивая взаимозаменяемые точную, near и гладкую границы при одних и тех же источниках, микрофонах, протоколе калибровки и декодере.

Практический PHB-многоисточниковый приёмник содержал бы жёсткую или калиброванную по импедансу PHB-оболочку, кольцевые микрофонные или приёмные кольца давления, размещённые согласно информационной карте, синхронизированное комплексное многоканальное снятие сигналов и этап калибровки, измеряющий словарь направляющих векторов в предполагаемой полосе частот. Декодер затем работал бы с нормированными многочастотными состояниями. Настоящая численная архитектура, следовательно, прямо транслируема в экспериментальный протокол, но число физических датчиков может быть уменьшено относительно виртуальных колец с 96 отсчётами, если сокращённое оборудование сохранит измеряемую геометрию состояний.

Наиболее информативный первый эксперимент — не общая демонстрация в реверберирующем помещении. Это контролируемый эксперимент с согласованными оболочками: одна точная РНВ, один объёмосогласованный гладкий контроль, калиброванные громкоговорители в предрегистрированных направлениях, фиксированные многочастотные сигналы, измеренная фазовая калибровка каналов и слепое разделение обучающей и тестовой выборок. Такой эксперимент прямо проверяет сильнейшее вычислительное утверждение: создаёт ли граница РНВ большее информационное преимущество при нескольких источниках, чем согласованная гладкая полость, при идентичном оборудовании.

20. Что остаётся недоказанным и какой эксперимент это решит?

Настоящая работа устанавливает вычислительный механизм и ограниченное преимущество по характеристикам, а не готовый полевой прибор. Наиболее важные отсутствующие тесты — вывод при произвольных направлениях вне сетки и неизвестном K, реалистичные потери на границах и ошибки микрофонов, реверберация, производственные допуски и независимое физическое воспроизведение.

Математически следующий шаг — заменить сводные углы состояния локальной информационной геометрией и анализом информации Фишера по направлению и частоте. Экспериментально решающий шаг — слепое сравнение согласованных геометрий, в котором изменяется только граница.

Все настоящие акустические результаты являются вычислительными. Модели скалярного давления не учитывают термовязкие пограничные слои, структурные колебания оболочки, конечные мембраны микрофонов, рассеяние на креплении, рассогласование усиления и фазы каналов, ошибки тактирования, реальную ковариацию фонового шума, ветер, атмосферную турбулентность, доплеровские эффекты, реверберацию помещения, производственные допуски и экспериментальную повторяемость. Поздняя модально-МКЭ модель представляет собой внутреннюю усечённую полость с входом Робина и жёстким правым торцом; она не является моделью внешнего свободного поля изготовленного открытого устройства.

Решающий результат получен при известном K и направлениях из словаря. Произвольная локализация при непрерывных углах, автоматическая оценка числа источников и общее разделение источников при неизвестных спектрах остаются открытыми. Результаты для $K = 3$ и $K = 4$ устанавливают ёмкость, а не универсальные характеристики при согласованных контролях. Дальнейшее численное исследование должно оценить интерполяцию вне сетки, выбор модели при неизвестном K, возмущения канальной калибровки, реалистичный импеданс, реверберацию и производственные допуски на предрегистрированных тестовых сценах.

Введённые выше локальная проективная метрика и формулировка через информацию Фишера дают математически естественный следующий шаг. Они позволяют количественно определить, где на сенсорном многообразии плотность направленной информации максимальна, и получить нижнюю границу типа Крамера–Рао для РНВ-приёмника при явной ковариации шума. Такие анализы следует выполнять на сохранённых словарях направлений, не изменяя уравнение в частных производных, и сообщать отдельно от уже валидированных результатов восстановления опоры.

21. Заключение: что нового установлено физически

Физическую новизну теперь можно сформулировать, не опираясь на внутреннюю историю проекта: аналитически определённая граница может участвовать в акустическом выводе, перестраивая комплексное пространство измерений до цифровой инверсии. РНВ ценен не тем, что каждая волна принудительно сводится в один фокус, а тем, что его

геометрия способна сделать иначе похожие состояния одновременных источников более различимыми измеримым, проверяемым и частично сеточно-устойчивым образом.

Полное вычислительное свидетельство поддерживает согласованное описание PHB-многоисточникового акустического локатора как геометрически кодированного преобразователя информации. Точный меридиан PHB даёт аналитический закон фокального сжатия и не произвольное радиальное сенсорное многообразие. Конечно-волновые расчёты показывают, что главное акустическое следствие — не равномерная громкость, а структурированная организация комплексного состояния. Эта организация проявляется как широкополосное направленное кодирование, большие нормированные различия фазового спектра, распределённая полнополевая чувствительность exact/near, локальное усиление отклика в отдельных зонах считывания и систематическое увеличение разделения состояний близких источников.

Математическая связь между углом состояния и обусловленностью двухисточниковой задачи объясняет, почему эти фазовые различия операционально важны: увеличение проективного угла снижает когерентность пары и повышает наименьшее сингулярное число двухстолбцовой направляющей матрицы. Приёмник использует эту геометрию с нормированной многочастотной укладкой и межсеточным декодером опоры при известном K. Точный PHB достигает 91,36 % совместного восстановления при K = 2 против 35,45 % у объёмосогласованного гладкого контроля и 77,5 % против 10,0 % для ближайшей проверенной пары. Та же стенка улучшается с 75,91 % до 91,36 % после оптимизации схемы датчиков, что демонстрирует: поле содержит скрытую информацию, которую можно извлекать эффективнее, не изменяя границу распространения.

Получающаяся научная картина шире одного фазового различия. Архитектура PHB объединяет: точное геометрическое закрепление; разделение в фазовом пространстве; распределённую чувствительность к форме стенки; локальное усиление сигнала; информационно богатые зоны считывания, отличные от амплитудных максимумов; обусловленность близких источников; многочастотную комплементарность; многоисточниковую ёмкость; устойчивость к контролируемым объёмосохраняющим возмущениям стенки; рычаг сенсорного многообразия; межсеточную численную устойчивость; и работу при конечном шуме. Вместе эти свойства определяют отдельное PHB-специфическое исследовательское направление в геометрически ассистированном многоисточниковом акустическом зондировании в пределах проверенной вычислительной области.

Настоящее свидетельство не даёт оснований для утверждения, что PHB глобально оптимален среди всех возможных пассивных структур. Оно даёт основания для более конкретного и экспериментально проверяемого утверждения: поверхность PHB, аналитически закреплённая точным ограниченным фокальным законом, может действовать как пассивный акустический предобуславливатель, преобразующий направление в структурированное комплексное поле и способный существенно улучшить разделимость одновременных источников относительно согласованных контролей. Настоящие расчёты связывают это преимущество с закреплённой фокальным законом геометрией PHB; они не доказывают, что ограниченное лучевое отображение является единственной конечно-волновой причиной. Это и есть ключевая акустическая реализация концепции ГВИ и главный результат исследования.

Несколько отрицательных и промежуточных по силе результатов являются частью этого вывода, а не исключениями из него. Точный PHB не является лучшим плоским конечно-волновым профилем в каждой замороженной метрике, преимущество при согласованных контролях для близких пар может составлять всего 1,30 процентного

пункта, а многоисточниковая устойчивость к шуму сильно деградирует с ростом порядка источников. В то же время код выживает при частотной абляции, прямой многоисточниковый FDTD демонстрирует чистое многоисточниковое восстановление, а итоговое межсеточное сравнение PHB/smooth даёт гораздо большее информационное преимущество. Кумулятивное свидетельство, следовательно, поддерживает геометрически кодированную архитектуру PHB-приёмника, определяя — а не скрывая — нынешнюю границу уникальности точного профиля.

Литература

1. Pierce, A. D. Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications. Acoustical Society of America, 1989.
2. Morse, P. M.; Ingard, K. U. Theoretical Acoustics. Princeton University Press, 1968.
3. Knapp, C. H.; Carter, G. C. The generalized correlation method for estimation of time delay. IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing 24(4), 320–327 (1976). DOI: 10.1109/TASSP.1976.1162830.
4. Schmidt, R. O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. IEEE Trans. Antennas Propag. 34, 276–280 (1986).
5. Van Trees, H. L. Optimum Array Processing. Wiley, 2002.
6. Stoica, P.; Moses, R. L. Spectral Analysis of Signals. Pearson/Prentice Hall, 2005.
7. Botteldooren, D. Finite-difference time-domain simulation of low-frequency room acoustic problems. J. Acoust. Soc. Am. 98, 3302–3308 (1995). DOI: 10.1121/1.413817.
8. Ihlenburg, F. Finite Element Analysis of Acoustic Scattering. Springer, 1998.
9. Saxena, A.; Ng, A. Y. Learning Sound Location from a Single Microphone. IEEE ICRA, 1737–1742 (2009). DOI: 10.1109/ROBOT.2009.5152861.
10. Park, Y.; Choi, A.; Kim, K. Monaural Sound Localization Based on Reflective Structure and Homomorphic Deconvolution. Sensors 17, 2189 (2017). DOI: 10.3390/s17102189.
11. Sun, X.; Jia, H.; Zhang, Z. et al. Sound Localization and Separation in 3D Space Using a Single Microphone with a Metamaterial Enclosure. Advanced Science 7 (2020).
12. Jekateryńczuk, G.; Piotrowski, Z. A Survey of Sound Source Localization and Detection Methods and Their Applications. Sensors 24, 68 (2024). DOI: 10.3390/s24010068.
13. Kim, K.; Kim, Y. Monaural Sound Localization Based on Structure-Induced Acoustic Resonance. Sensors 15(2), 3872–3895 (2015). DOI: 10.3390/s150203872.
14. El Badawy, D.; Dokmanić, I. Direction of Arrival with One Microphone, a Few LEGOs, and Non-Negative Matrix Factorization. IEEE/ACM Trans. Audio Speech Lang. Process. 26(12), 2436–2446 (2018).
15. Li, X. et al. Single-microphone speaker localization using acoustic metamaterial antenna and voiceprint recognition. Physical Review Applied 24, 034077 (2025).
16. Khaustov, V. Focal–Transport Ray Law in Pseudohyperboloidal Cavities with Variable Negative Gaussian Curvature: Exact Focal Contraction, Event-Order Transport, Skew-Ray Unfolding, and Finite-Wavelength Computational Tests. Zenodo (2026). DOI: 10.5281/zenodo.21969312.