Геометрическая волновая инженерия

Пассивная многоисточниковая электромагнитная пеленгация в псевдогиперболоиде 2-го порядка

Комплексное амплитудно-фазовое пространственное кодирование на основе фокального закона, согласованные контрольные поверхности и прямая Maxwell/FDTD-проверка нескольких источников

Хаустов Владимир Игоревич

ORCID: 0009-0007-3657-2309

Лаборатория геометрической волновой инженерии https://vihrihaosa.ru/

Лицензия: CC BY 4.0

Дата публикации: 2 октября 2026 года

DOI: 10.5281/zenodo.23108018

Научно-технический перевод с английского языка.

Редакция, адаптированная для русскоязычного инженера-исследователя.

Оригинал: Khaustov. V. Geometric Wave Engineering for Passive Multisource Electromagnetic Direction Finding in a Second-Order Pseudohyperboloidal Cavity. https://doi.org/10.5281/zenodo.23108018

.

Аннотация

Геометрическая волновая инженерия (ГВИ) вводится здесь как геометрически ориентированная исследовательская концепция для волновых систем: аналитически спроектированная граница используется не только для удержания, направления или рассеяния поля, но и для воспроизводимого физического преобразования его пространственных амплитуды и фазы до цифровой обработки. ГВИ не требует нового уравнения электромагнитного поля; она использует обычное распространение по уравнениям Максвелла при специально спроектированной геометрии границы. В качестве конкретного примера разработан пассивный многоисточниковый электромагнитный пеленгатор на основе псевдогиперболоида второго порядка PHB-2, получаемого вращением радиально смещённой гиперболы. Его гладкие рога имеют переменную отрицательную гауссову кривизну и два внешних кольцевых фокуса. Для заданного наследуемого меридионального семейства лучей геометрия рогов подчиняется точному фокально-транспортному закону сжатия, который выделяет внутреннюю цилиндрическую транспортную окрестность как неслучайную область когерентного считывания поля.

Поэтому приёмник не строится вокруг одного наиболее яркого фокального максимума. Разные направления прихода создают разные последовательности отражений и накопления фазы, а следовательно — разные комплексные пространственные отпечатки поля. Двадцать четыре внутренние конечно-объёмные зоны считывают векторное электрическое поле в near-R транспортной полосе. Точный PHB сравнивается с равновобъёмными контролями с нарушенным фокальным законом, включая гладкую PHB-подобную деформацию и неконическую поверхность, сохраняющую отрицательную гауссову кривизну без PHB-фокального закона. В исследованных электромагнитных постановках точный PHB показывает больший отклик относительно падающего поля и более благоприятную локальную геометрию откалиброванных комплексных направленных состояний. Исполненная модель приёмника представляет собой однопортовую открытую PEC-полость: излучение входит через круглое осевое входное окно, а фиксированный 24-зонный измерительный оператор в области near-R регистрирует три комплексные компоненты электрического поля в каждой зоне, формируя 72 когерентных комплексных канала.

Прямые Maxwell/FDTD сцены с двумя и тремя одновременно работающими источниками затем проверяют физическую многоисточниковую модель без опоры только на синтетическое сложение после расчёта. Одновременно рассчитанные поля близко совпадают с когерентными суперпозициями независимо откалиброванных одноисточниковых отпечатков, включая сцену с третьим источником, существенно более слабым, чем основной. Отдельный воспроизводимый тест обратной задачи при едином абсолютном уровне шума также даёт наибольшую точность восстановления опорного набора источников для PHB в исследованной сцене. В совокупности результаты дают вычислительные свидетельства того, что поверхность с точным фокальным законом может служить пассивным аналоговым пространственным кодировщиком для многоисточниковой электромагнитной пеленгации. Выводы ограничены исследованными моделями: общая слепая off-grid локализация, широкополосность, поляризационная устойчивость, высокосеточное повторение прямых многоисточниковых сцен, калиброванные аппаратные датчики и эксперимент остаются следующими этапами.

Ключевые слова: геометрическая волновая инженерия; псевдогиперболоид; PHB-2; электромагнитная пеленгация; многоисточниковое определение направления; переменная отрицательная гауссова кривизна; фокально-транспортный закон; внешние кольцевые фокусы; комплексное амплитудно-фазовое кодирование; когерентное векторное считывание; уравнения Максвелла; FDTD; MEEP; пассивная аналоговая предобработка.

Содержание

Аннотация 2
1. Введение: геометрическая волновая инженерия и новый путь к электромагнитной пеленгации 4
1.1 Геометрия как физический препроцессор 4
1.2 Научный вопрос и проверяемая гипотеза 5
2. Геометрическая платформа PHB-2 5
2.1 Конструкция и геометрический смысл PHB-2 6
2.2 Почему внешний кольцевой фокус важен для измерения 6
3. Точная геометрия PHB-2 и фокально-транспортный закон 8
3.1 Дифференциальная геометрия рогов PHB 9
3.2 Ограниченное фокально-транспортное отображение 9
4. Физический принцип: от фокального транспорта к электромагнитному кодированию направления 10
4.1 Организация длин путей и фаз на конечной длине волны 11
4.2 От непрерывного поля к конечному измерительному многообразию 11
5. Математическая постановка многоисточниковой пеленгации 11
5.1 Прямая модель нескольких когерентных источников 11
5.2 Проективное разделение и обусловленность 12
6. Эталонный PHB-приёмник, согласованные контрольные поверхности и протокол проверки 13
6.1 Формулировка Maxwell/FDTD и возбуждение 13
6.2 Реальная геометрия разрежённого приёмника и комплексный измерительный оператор 14
6.3 Согласованные электромагнитные контрольные поверхности 15
6.4 Устойчивость предварительного выбора PHB-приёмника в электромагнитном пространстве геометрий 18
7. Численная устойчивость и целостность данных 19
8. Конечноволновой PHB-специфический отклик на высокой сетке 20
8.1 Интегральный отклик в шести направлениях 20
8.2 Абсолютный отклик в узкой near-R области транспортного слоя 21
8.3 Доля поля в разреженном считывании 23
8.4 Независимое высокосеточное конечноволновое подтверждение в фокальной области 23
9. Комплексная информационная геометрия: завершённая 29-случайная многоисточниковая проверка 24
9.1 Общий фиксированный 24-зонный приёмник 24
9.2 Полный атлас: эффект не является артефактом выбора маски 25
9.3 Справедливый одинаковый бюджет: собственные 24 зоны каждой поверхности 26
9.4 Одноисточниковая угловая ошибка: важный результат, где PHB не является лучшей 27
10. Регулярность независимых направлений 28
11. Контролируемые тесты геометрических возмущений 29
11.1 Равновобъёмная деформация при фиксированном направлении 29
11.2 Деформация рогов 30
12. Прямая Maxwell/FDTD-проверка двух и трёх одновременных источников 31
13. Воспроизводимый исследовательский диагностический тест многоисточниковой инверсии 32
14. Причинная интерпретация электромагнитных геометрических тестов 34
15. Единая физическая интерпретация: фокальный закон -> организация поля -> информационная геометрия -> многоисточниковая пеленгация 35
16. Предлагаемая физическая архитектура СВЧ-приёмника и реализация датчиков 37
16.1 Практическая архитектура датчиков 38
16.2 СВЧ-масштабирование и изготовление 38
16.3 Калибровка и рабочий цикл 39
16.4 Возможные практические применения 39
16.5 Экспериментальная дорожная карта 40
17. Что подтверждено и что остаётся открытым 40
18. Заключение и фиксация приоритета 41
Литература 43
Приложение A. Сводная таблица численных результатов 44
Приложение B. Параметры прямых многоисточниковых сцен 44
Приложение C. Точные физические границы фиксированного общего 24-зонного приёмника 45

1. Введение: геометрическая волновая инженерия и новый путь к электромагнитной пеленгации

Обычная электромагнитная пеленгация оценивает направление по различиям фаз, временных задержек, амплитуд, поляризации или корреляций между каналами антенной системы. При нескольких одновременно действующих источниках их поля накладываются в одних и тех же измерительных каналах, и обратная задача усложняется. В предлагаемом подходе меняется порядок обработки: ещё до цифровой инверсии специально спроектированная трёхмерная граница преобразует падающее поле в структурированный пространственный код. Термин «геометрическая волновая инженерия» (ГВИ) используется здесь для исследовательской рамки, в которой геометрия рассматривается как детерминированный элемент волновой обработки, а не только как пассивная оболочка. В этом смысле сама граница выполняет первый аналоговый этап вычисления.

Полостные, частотно-разнообразные, неупорядоченные резонаторные и кодирующие апертурные методы уже показали, что многолучёвость и структурированное рассеяние могут нести полезную информацию о направлении или положении источника [1-8]. Новизна данной работы более конкретна: аналитически заданная поверхность РНВ-2 выбирается потому, что геометрия её рогов имеет два внешних кольцевых фокуса и точный ограниченный фокально-транспортный закон. Этот закон задаёт геометрически мотивированную область считывания и детерминированное отображение «направление -> комплексное поле». Поэтому научный вопрос состоит не в том, могут ли полости вообще кодировать направление, а в том, создаёт ли точная РНВ-фокальная геометрия воспроизводимые электромагнитные показатели, более благоприятные, чем у согласованных контролей с нарушенным фокальным законом, и остаются ли откалиброванные РНВ-отпечатки физически корректным базисом при одновременном воздействии нескольких источников.

1.1 Геометрия как физический препроцессор

Центральное методологическое предложение геометрической волновой инженерии состоит в том, чтобы рассматривать геометрию границы как часть цепочки обработки сигнала, а не как пассивный контейнер, который оптимизируется уже после выбора измерительной архитектуры. В обычной антенной решётке сначала задаётся измерительная модель через координаты элементов и их диаграммы направленности, а среда распространения по возможности калибруется как помеха. В ГВИ порядок намеренно меняется: граница проектируется так, чтобы распространение по уравнениям Максвелла внутри и около этой границы выполняло детерминированное преобразование падающей волны до съёма поля датчиками. Цифровая обработка работает уже с преобразованным полем. Поэтому геометрия выполняет роль пассивного аналогового фронтенда, не вводя ни нового уравнения поля, ни не-максвелловского взаимодействия.

Для многоисточниковой пеленгации это принципиально. Свободнопространственная фазированная решётка в основном восстанавливает направление по относительно простой системе фазовых задержек между пространственно разнесёнными элементами. Геометрически кодируемый приёмник, напротив, разрешает контролируемым многократным отражениям, различиям длин путей, модальной связи и интерференции участвовать в кодировании направления. Цель состоит не в подавлении многолучёвости, а в превращении её воспроизводимой части в полезную информацию. Поэтому объект проектирования — не только интенсивность, а геометрия множества комплексных состояний s(Omega), образующихся при изменении направления прихода.

1.2 Научный вопрос и проверяемая гипотеза

В этой работе проверяется более узкий вопрос: даёт ли аналитически заданная граница PHB-2 дополнительную организацию поля по сравнению с произвольным кодированием полостью. Сравнение ограничено согласованным семейством электромагнитных контрольных поверхностей. Точный PHB сохраняет свой ограниченный фокально-транспортный закон; контрольные поверхности сохраняют выбранные глобальные свойства — осевую длину, центральное замыкание, вход, объём и в одном случае отрицательную кривизну — но нарушают точное PHB-отображение. Фальсифицируемый прогноз не состоит в том, что PHB должен превосходить любую возможную полость. Прогноз состоит в воспроизводимом отличии точного PHB внутри данного контрольного семейства при общем источнике и общем протоколе считывания.

Доказательная линия поэтому разделена на четыре уровня. Первый — теоремная геометрия: рога PHB имеют точный ограниченный фокальный закон. Второй — прямые Maxwell/FDTD-расчёты конечноволнового поля. Третий — информационная геометрия: комплексные состояния оцениваются через проективное расстояние, сингулярные значения и обусловленность. Четвёртый — обратная задача: физически одновременные многоисточниковые сцены сначала сопоставляются с одноисточниковым прямым базисом, а затем используются в исследовательском декодере. Такое разделение не позволяет превращать один процент успешного декодирования в доказательство геометрического механизма.

Граница утверждений: точный фокальный закон является теоремой для заданного наследуемого меридионального семейства лучей. Он не утверждает, что фокусируются все косые лучи, и сам по себе не является теоремой о конечноволновом усилении. Все электромагнитные выводы ниже получены независимо из Maxwell/FDTD расчётов. Под «PHB-специфическим преимуществом» понимается положительное различие относительно указанных согласованных контролей в заданном протоколе, а не глобальная оптимальность среди всех возможных электромагнитных структур.

2. Геометрическая платформа PHB-2

В этой работе ГВИ представлена через конкретную цепочку «геометрия -> информация». Проектируемой переменной служит аналитическая граница, транспортная структура которой задаётся до выполнения волнового расчёта. Цель не состоит в том, чтобы заставить каждую составляющую волны собраться в одной геометрической точке. Аналитическая геометрия задаёт воспроизводимую организацию длин путей, порядка отражений, накопления фазы и пространственного перераспределения поля; затем конечноволновое поле независимо проверяется на пригодность такой организации для измерений.

PHB-2 обозначает базовый член второго порядка псевдогиперболоидального семейства, используемый в этой работе. Здесь «второй порядок» означает положение в рекурсивном построении PHB, а не алгебраическую степень родительской гиперболы. Поверхность строится радиальным смещением гиперболы и её последующим вращением вокруг осевой координаты; поэтому геометрически она отличается от обычного гиперболоида, центрированного на оси вращения. Более высокие порядки PHB могут наследовать несколько транспортных/кольцевых структур, но в данной работе приёмника они не рассматриваются. Гладкие рога PHB-2 имеют переменную отрицательную гауссову кривизну. В меридиональном сечении родительская гипербола имеет два точечных

фокуса; после вращения они превращаются в два внешних кольцевых фокуса. Кольца являются внешними геометрическими локусами, а не местами установки датчиков.

2.1 Конструкция и геометрический смысл PHB-2

Термин «псевдогиперболоид» используется потому, что поверхность строится из гиперболической меридиональной образующей, но не является обычным гиперболоидом вращения относительно оси исходной коники. В данной конструкции гиперболическая ветвь сначала радиально смещается на величину R, а затем вращается вокруг оси z. Такое смещение изменяет топологию фокального множества после вращения: два точечных фокуса исходной гиперболы превращаются в две круговые фокальные линии. Центральная область замыкается полутороидальным сегментом, соединяющим переходы рогов при rho=R. Поэтому рабочая полость является составной аналитической поверхностью: её рога наследуют точную коническую структуру отражений, а центральное замыкание формирует конечный электромагнитный объём.

Термин «второй порядок» является обозначением места в семействе. В рекурсивной конструкции PHB более высокие порядки формируются наследуемыми операциями смещения радиусов и дают дополнительные кольцевые структуры. PHB-2 — минимальный нетривиальный член, поэтому он естественен для первой электромагнитной проверки: здесь имеется одна аналитически прозрачная пара внешних кольцевых фокусов и один центральный транспортный слой, без дополнительной многоканальности высших порядков. Ни один вывод данной статьи не требует результатов для PHB более высокого порядка.

2.2 Почему внешний кольцевой фокус важен для измерения

После вращения фокальное множество расположено не на оси симметрии, а на кольцах радиуса R. Для обычных осесимметричных полостей это нетипично и непосредственно мотивирует выбор измерительной области. Меридиональное семейство лучей, сопряжённое с одним фокусом, под действием последовательных отражений транспортируется к сопряжённой структуре, а предельное множество связано с цилиндрическим слоем C0 около rho=R. Поэтому конечноволновой приёмник считывает near-R область не потому, что заранее предполагается яркий фокус, а потому, что точный лучевой закон выделяет эту область как естественную транспортную окрестность. Уже Maxwell-расчёт проверяет, сохраняется ли эта аналитическая организация в измеримом комплексном поле.

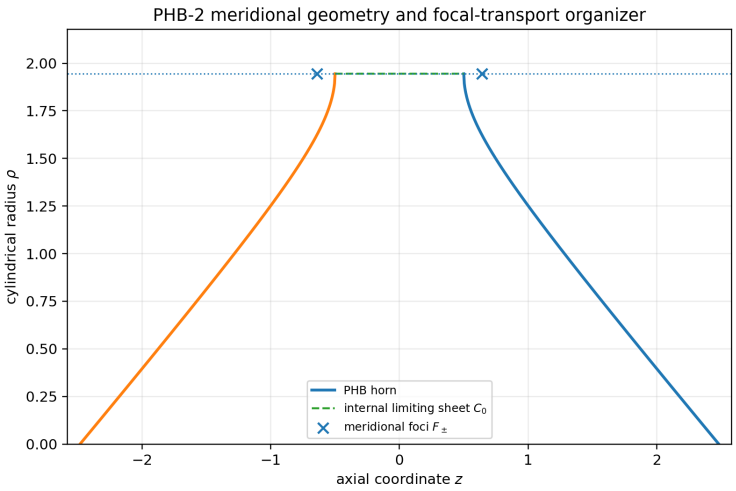

Рисунок 1. Меридиональная геометрия рогов PHB-2. Точечные фокусы сдвинутой гиперболы после вращения становятся двумя внешними кольцевыми фокусами.

Внутренний отрезок C0 при rho=R, |z|<=a является предельным транспортным слоем заданного наследуемого меридионального фокального семейства.

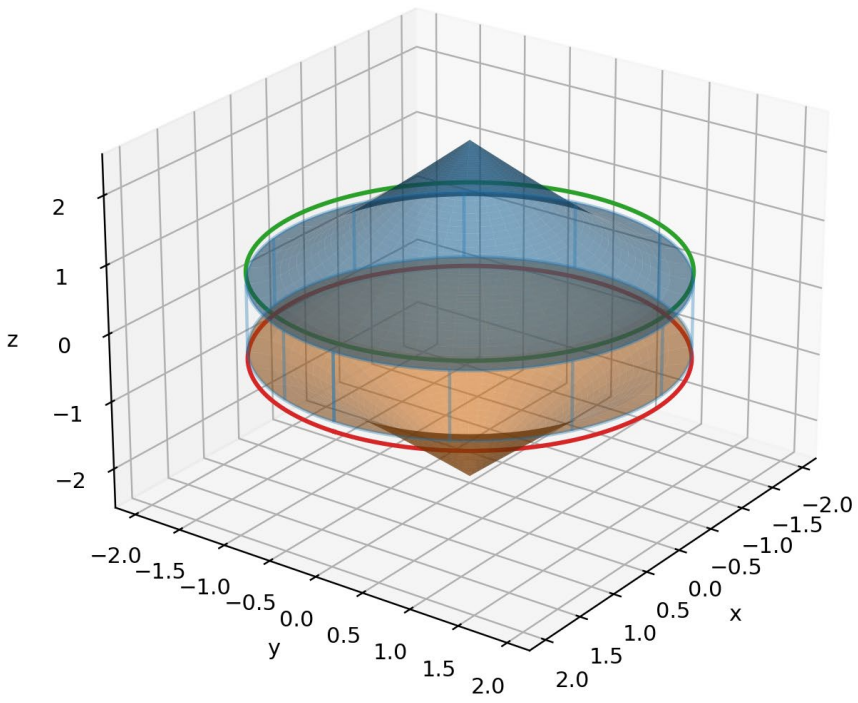

Рисунок 2. Концептуальный трёхмерный вид поверхности вращения PHB, внешних кольцевых фокусов и внутреннего предельного цилиндрического транспортного слоя C0. Показана аналитическая геометрия, а не ступенчатая сетка FDTD.

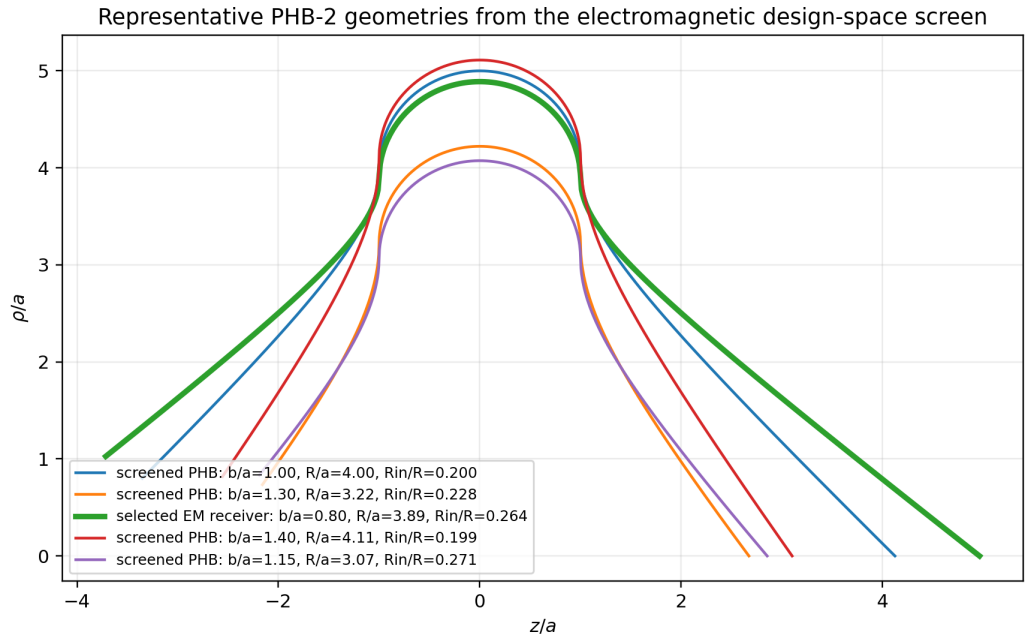

Рисунок 3. Представительные профили PHB-2 только из электромагнитного поиска геометрии. Кривые показывают конечное пространство параметров, исследованное до

итогового многоисточникового сравнения; выбранный эталонный приёмник выделен толщиной линии.

3. Точная геометрия PHB-2 и фокально-транспортный закон

Полный внутренний отражающий профиль эталонного электромагнитного приёмника задаётся кусочно:

rho(z) = { R - b sqrt[(z/a)^2 - 1], z_in <= z < -a; R + sqrt[a^2-z^2], |z| <= a; R - b sqrt[(z/a)^2 - 1], a < z <= L }.

Осевые пределы равны z_in = -a sqrt[1+((R-R_in)/b)^2] и L = a sqrt[1+(R/b)^2]. Центральный участок представляет собой внешнюю половину тора, замыкающую экваториальную область и сохраняющую переходный радиус рогов rho=R при z=±a. Для опорной электромагнитной геометрии a=0,5, b=0,4, R=1,9444444444 и R_in=0,5133333333, причём R_in/R≈0,264; отсюда z_in=-1,8574507953 и L=2,4814512505. Несущая частота в основных расчётах Максвелла равна f=4,1285714286 в нормированных единицах MEEP, а PEC-стенка строится постоянным смещением на 0,12 модельной единицы по локальной нормали к аналитическому внутреннему профилю.

Электромагнитный приёмник явно открыт на левом осевом конце. В исполненном построителе стенки постоянной нормальной толщины PEC-стенка заканчивается на круговой кромке (rho,z)=(R_in,z_in), а диск rho<R_in остаётся без металлизации; скругляется только внешняя кромка. Противоположный конец замыкается при rho=0 вблизи z=L нормальным смещённым колпачком. Следовательно, внешнее поле входит через одно круглое приёмное отверстие радиуса R_in и распространяется внутрь полости PHB-2; открытое окно является частью реально исполненной Maxwell-геометрии, а не схематическим допущением постобработки.

Maxwell-модель безразмерна и масштабно-инвариантна в использованных здесь приближениях идеального PEC и отсутствия дисперсии. Если задана физическая несущая частота f_phys, одна модельная единица длины равна ℓ0=c f/f_phys, где f=4.1285714286 — нормированная несущая частота. Поэтому рассчитанную геометрию можно масштабировать в СВЧ-диапазон без изменения её безразмерной электромагнитной задачи. Конкретный пример масштаба для 10 ГГц приведён в разделе 16; эти размеры являются геометрическим масштабированием проверенной численной модели, а не утверждением об уже экспериментально отработанном приборе.

Фокусное расстояние родительской гиперболы равно c = sqrt(a^2+b^2)=0,6403124237, поэтому после вращения возникают два внешних кольцевых фокуса (rho,z)=(R,+c) и (R,-c).

Для наследуемого фокально-сопряжённого меридионального семейства стереографическая полууглова координата точно сжимается по закону

t_(n+1) = kappa t_n, kappa = [sqrt(1+beta^2)-1] / [sqrt(1+beta^2)+1], beta=b/a.

Для эталонного приёмника beta=0,8 и kappa≈0,12304735. Последовательные переносы заданного семейства лучей сжимаются к внутреннему предельному цилиндрическому слою C0={rho=R, |z|<=a}. Эта точная теорема относится к аналитической геометрии рогов и автоматически не распространяется на произвольные косые лучи или центральное замыкание.

Параметр	Значение эталонного приёмника	Роль
a	0,5	осевой масштаб коники

Параметр	Значение эталонного приёмника	Роль
b	0,4	радиальный масштаб коники
R	1,9444444444	радиус кольцевых фокусов и C0
c	0,640312...	фокусное расстояние гиперболы
L	2,4814512505	осевая протяжённость рога эталонного приёмника
Rin	0,5133333333	абсолютный радиус входа эталонного приёмника
Rin/R	0,264	относительный вход
f	4,1285714286	безразмерная частота
толщина стенки	0,12	номинальное смещение PEC по нормали
kappa	0,12304735	точный коэффициент фокального сжатия

Для поверхности вращения r(z,phi)=[rho(z)cos(phi), rho(z)sin(phi), z] гауссова кривизна равна K(z)=-rho"(z)/{rho(z)[1+rho'(z)^2]^2}. На каждом гладком роге PHB rho"(z)=ab/(z^2-a^2)^(3/2)>0 при rho>0; следовательно, K(z)<0. Поскольку rho, rho' и rho" меняются с z, кривизна отрицательна, но непостоянна. Это геометрическое свойство отлично от фокального закона: приведённый ниже контроль K<0 показывает, что одной отрицательной гауссовой кривизны недостаточно для воспроизведения PHB-фокального транспорта.

3.1 Дифференциальная геометрия рогов PHB

Для профиля рога rho(z)=R-b sqrt[(z/a)^2-1] производные имеют вид rho'(z)=-bz/[a sqrt(z^2-a^2)] и rho"(z)=ab/(z^2-a^2)^(3/2) на гладких ветвях |z|>a. Подстановка в формулу гауссовой кривизны даёт явное отрицательное выражение всюду, где rho>0:

$$K(z) = - \{ab/(z^2-a^2)^(3/2)\} / \{ rho(z) [1 + b^2 z^2/(a^2(z^2-a^2))]^2 \} < 0.$$

Модуль K зависит от координаты. Следовательно, рог PHB имеет переменную отрицательную, а не постоянную кривизну. Это отличие принципиально для интерпретации: если бы сам знак K<0 был достаточен, неконическая равнообъёмная поверхность K<0 должна была бы воспроизводить ту же организацию состояний. Именно для проверки этой альтернативы введён отдельный контроль K<0.

3.2 Ограниченное фокально-транспортное отображение

Пусть beta=b/a и c=sqrt(a^2+b^2). Для наследуемого меридионального focal-conjugate семейства удобно использовать стереографическую полу-угловую координату t=tan(alpha/2). Отражение на смещённом гиперболическом роге для этого специального семейства сводится к сжатию t'=kappa t, где kappa=(c-a)/(c+a). Поскольку c/a=sqrt(1+beta^2), получаем формулу, указанную выше. После n переносов t_n=kappa^n

t_0. При beta=0.8 kappa приблизительно равно 0.12304735, то есть геометрическое сжатие данного семейства быстрое.

Это утверждение намеренно ограничено. Оно не означает, что все трёхмерные косые лучи следуют тому же отображению, что центральное полутороидальное замыкание подчиняется той же конической идентичности или что амплитуда конечноволнового поля обязана возрастать как 1/kappa. Точный результат задаёт детерминированный организующий каркас в фазовом пространстве. Электромагнитная задача статьи состоит в проверке того, меняет ли этот каркас ансамбль путей отражения и фазовых задержек настолько, чтобы это проявилось в конечномерном комплексном измерительном многообразии.

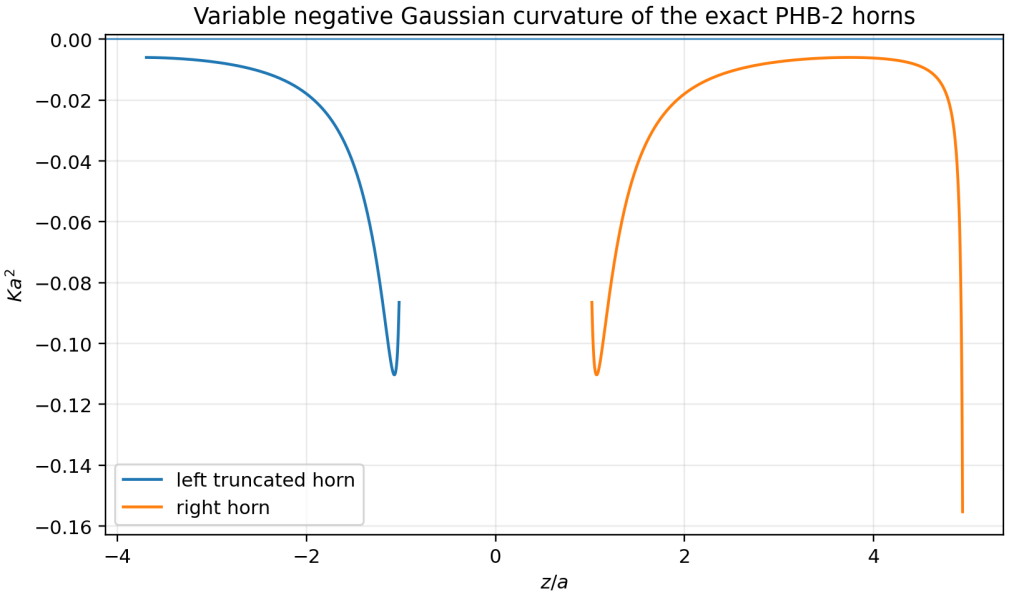

Рисунок 4. Безразмерная гауссова кривизна точных рогов PHB-2. На обоих гладких рогах сохраняется K<0, а её величина меняется вдоль z; сингулярные окрестности конечных точек на графике исключены.

4. Физический принцип: от фокального транспорта к электромагнитному кодированию направления

Основная гипотеза не требует, чтобы наиболее яркий конечноволновой максимум поля совпадал с геометрическим фокусом. Дифракция, интерференция и модовая структура могут смещать и расширять максимумы. Предлагаемый механизм носит информационный характер: точная граница PHB организует накопление длины пути и фазы при последовательных отражениях, поэтому изменение направления падения изменяет пространственный рисунок комплексного электрического поля внутри полости. Когерентный набор измерений в геометрически заданной near-R области образует направленный отпечаток. В краткой форме пассивная полость реализует аналоговое отображение Omega -> s(Omega), после чего цифровая часть оценивает одно или несколько направлений источников по этому комплексному состоянию.

Для 24 конечно-объёмных измерительных зон, каждая из которых сохраняет фазоры Ex, Ey и Ez в лабораторной системе координат, измерительное состояние имеет вид

s(Omega) = [Ex,1, Ey,1, Ez,1, ..., Ex,24, Ey,24, Ez,24]^T in C^72.

Физический прототип потребует когерентного I/Q-считывания и калибровки относительно общего генератора/часов. Численные зоны являются конечно-объёмными операторами

усреднения поля, а не готовыми коммерческими датчиками. Сама РНВ-полость пассивна и не вносит активного усиления.

4.1 Организация длин путей и фаз на конечной длине волны

Для монохроматической компоненты с угловой частотой omega геометрический путь длиной L_p даёт фазу порядка kL_p плюс фазовые вклады отражений. Поле в полости является когерентной суммой большого числа таких вкладов. Схематически в датчике j можно записать E_j(Omega,omega)=sum_p A_jp(Omega,omega) exp[i Phi_jp(Omega,omega)], где и амплитуды, и фазы зависят от направления прихода через возбуждение полости и последующий порядок отражений. РНВ не устраняет эту сложность; он аналитически ограничивает её часть. Изменение Omega поэтому возмущает структурированный ансамбль оптических путей, а не только одну свободнопространственную задержку.

Именно поэтому фазочувствительное измерение является центральным для предлагаемого приёмника. Два направления могут давать близкую интегральную интенсивность и всё же существенно отличаться взаимными фазами 72 комплексных компонент. Обратно, большой разности интенсивностей не требуется, если нормированные комплексные состояния хорошо разделены после исключения неизвестной общей амплитуды и фазы источника. Поэтому РНВ-полость проектируется как преобразователь «направление -> комплексное состояние», а не как устройство «направление -> яркое пятно».

4.2 От непрерывного поля к конечному измерительному многообразию

Поле Максвелла непрерывно, а обратный алгоритм работает с конечным вектором. Обозначим через M_G измерительный оператор геометрии G и фиксированного 24-зонного приёмника. Для единичного источника из направления Omega=(theta,phi) без шума получаем s_G(Omega)=M_G E_G(Omega). Множество классов [s_G(Omega)] является комплексным проективным многообразием, поскольку неизвестный общий комплексный коэффициент источника умножает всё состояние. Пеленгация становится благоприятной, когда соседние направления меняются достаточно гладко для интерполяции, но разные направления остаются хорошо разделёнными после исключения этой мешающей комплексной шкалы.

5. Математическая постановка многоисточниковой пеленгации

Для K одновременных узкополосных источников в линейном режиме Максвелла комплексное измерение записывается

5.1 Прямая модель нескольких когерентных источников

Поскольку моделируемые материалы линейны, а PEC-граница не вводит нелинейной конститутивной связи, принцип суперпозиции Максвелла предсказывает сумму одноисточниковых состояний. Практическая прямая модель имеет вид y=sum_{m=1}^K alpha_m s_G(Omega_m)+n, где K — число активных источников, alpha_m — неизвестный комплексный коэффициент, включающий относительную амплитуду и фазу в выбранной опорной плоскости, а n — шум и ошибка модели. Прямые сцены MS2/MS3 в разделе 12 проверяют это уравнение реальными одновременными источниками внутри одного FDTD-расчёта, а не только синтетическим сложением после расчёта.

Для калиброванных направлений Omega_l вводится словарь D_G=[s_G(Omega_1),...,s_G(Omega_L)]. On-grid инверсия ищет разреженный комплексный вектор a, такой что y приблизительно равно D_G a. В текущем исследовательском тесте число источников заранее декодеру не сообщается: строятся кандидаты до K<=3, после каждого выбора комплексные амплитуды переоцениваются

методом наименьших квадратов, а итоговая модель выбирается по сумме нормированной невязки и штрафа за сложность. Это тест полезности геометрии для разделения источников, но не законченный универсальный off-grid алгоритм.

5.2 Проективное разделение и обусловленность

Если абсолютные амплитуда и фаза источника являются мешающими параметрами, обычное евклидово расстояние между сырыми векторами может быть физически неверным критерием. Для двух ненулевых комплексных отпечатков x и y используется проективное расстояние

$$d_{proj}(x,y) = \sqrt{1 - |x^H y|^2/(\|x\|^2 \|y\|^2)}.$$

Оно инвариантно к умножению любого состояния на произвольный ненулевой комплексный коэффициент. Значения около нуля означают почти коллинеарные направления после исключения общей комплексной шкалы; большие значения означают лучшую различимость. Амплитудный аналог применяется к |x| и |y| и показывает, какая часть различимости остаётся после удаления относительной фазовой информации.

Дополнительный глобальный критерий строится по матрице нормированных калибровочных отпечатков. Её минимальное сингулярное значение sigma_min характеризует наиболее слабое независимое направление в калиброванном подпространстве, а число обусловленности cond_2=sigma_max/sigma_min — чувствительность линейного восстановления к возмущениям. Большое sigma_min и малое число обусловленности благоприятны. Эти величины сами по себе не равны ошибке пеленгации, но описывают информационную геометрию, на которой работает любой линейный или разреженный декодер.

$$y = \sum_{k=1}^{K} \alpha_k s(\Omega_k) + n = S_A \alpha + n,$$

где alpha_k содержит относительную амплитуду и фазу k-го источника, S_A — подсловарь активных направлений, n — ошибка измерения и модели. Главный вопрос состоит в том, достаточно ли разнесены и хорошо обусловлены калиброванные направленные состояния для восстановления множества A и коэффициентов alpha.

Глобальный комплексный масштаб/фаза устраняются проективной метрикой для нормированных состояний u и v:

$$d_{proj}(u,v) = \sqrt{1 - |u^H v|^2}.$$

Большое d_proj означает лучшую различимость. Для словаря D минимальное сингулярное число sigma_min(D) характеризует слабейшее независимое направление, а kappa_2(D)=sigma_max/sigma_min — обусловленность; предпочтительны большое sigma_min и малое kappa_2. Для независимых направлений используется ошибка комплексной карты

$$\varepsilon_{map} = \|s - \alpha \hat{s}\|_2 / \|s\|_2.$$

Прямые Maxwell-расчёты с одновременными источниками дают отдельную проверку прямой модели:

$$\varepsilon_{sup} = \|y_{direct} - \sum_k \alpha_k s_k\|_2 / \|\sum_k \alpha_k s_k\|_2.$$

Эта иерархия разделяет три вопроса, которые не следует смешивать: создаёт ли геометрия РНВ различимый код, подчиняются ли одновременные поля откалиброванной линейной прямой модели и способен ли конкретный обратный декодер успешно определить число источников и их направления при выбранной модели шума.

6. Эталонный РНВ-приёмник, согласованные контрольные поверхности и протокол проверки

До прямого многоисточникового сравнения в калибровочном электромагнитном поиске были рассчитаны десять наборов параметров РНВ со стенкой постоянной толщины по локальной нормали. Выбранная эталонная геометрия сохранила первое место и при повторном подсчёте критерия только по near-R области считывания: 0,004784 против 0,004680 у следующего кандидата, то есть с ограниченным запасом около 2,2%. Следовательно, многоисточниковые результаты не использовались для выбора геометрии приёмника.

Финальный измерительный атлас делит 0<=rho<=R на шесть радиальных полос [0;0,15;0,30;0,50;0,70;0,85;1,00]R, область -a<=z<=a на пять осевых полос [-1;-0,6;-0,2;0,2;0,6;1]a, а азимут — на 36 секторов по 10 градусов, что даёт 1080 пространственных зон. Опубликованный общий приёмник использует 24 зоны, все в наружной радиальной полосе 0,85R<=rho<=R. Каждая зона даёт три когерентные лабораторные компоненты электрического поля, всего 72 комплексных канала. Точные физические границы зон приведены в Приложении C.

6.1 Формулировка Maxwell/FDTD и возбуждение

Электромагнитные расчёты решают обычные линейные уравнения Максвелла методом конечных разностей во временной области (FDTD) в MEEP [9] на трёхмерной декартовой сетке Yee. Проводящая стенка полости задаётся как mp.metal (PEC). Её внешняя непрерывная граница получается смещением аналитического внутреннего профиля на постоянное расстояние 0,12 вдоль локальной меридиональной нормали до дискретизации; субпиксельное усреднение материала в сохранённом рабочем протоколе отключено. Финальные многоисточниковые расчёты R34 являются полными трёхмерными расчётами без зеркального сокращения области. Поэтому R34 и R48 означают 34 и 48 ячеек Yee на модельную единицу, а не разные физические приёмники.

В основе лежат обычные уравнения Максвелла для линейной недиспергирующей среды: curl E=-mu dH/dt и curl H=epsilon dE/dt+J вместе с дивергентными условиями. Стенка полости моделируется как идеальный электрический проводник PEC, поэтому в континуальном пределе тангенциальная компонента E на проводнике равна нулю. Расчёт выполнен методом FDTD на декартовой сетке Йи в пакете MEEP [9]. Таким образом, все конечноволновые результаты следуют из стандартной электродинамики; необычным является только аналитический профиль отражающей границы и измерительный оператор.

Внешний источник — конечная плоская апертура, расположенная вне открытого входа. Поперечная фаза задаётся как exp[i2pi(k_x x+k_y y)], где k_x=f sin(theta)cos(phi), k_y=f sin(theta)sin(phi) в нормировке MEEP. Поляризация LABY строится как проекция фиксированной лабораторной оси y на плоскость, перпендикулярную вектору распространения k, с последующей нормировкой. Это предотвращает искусственное кодирование азимута простым вращением измерительного базиса вместе с источником. Временной источник — гауссов импульс с центральной частотой f=4.1285714286 и относительной шириной 0.18; комплексные DFT-поля извлекаются на несущей частоте.

Нормировка на падающее поле вычисляется отдельным расчётом пустой ячейки с тем же источником, расчётной областью, PML и соответствующей симметрией. Абсолютный падающий поток по z используется для нормировки интегральных полевых прокси. Такая нормировка отделяет различия геометрического отклика от тривиальной разницы в мощности возбуждения, но не превращает полевую величину в коэффициент усиления

антенны или поглощённую мощность: согласованная нагрузка и физическая антенна в текущей модели отсутствуют.

Возбуждение представляет собой конечный плоский источник с гауссовым импульсом, расположенный на 0,28 модельной единицы снаружи открытого входа и направленный внутрь полости через это отверстие. Несущая частота f=4,1285714286, спектральная ширина гауссовского источника равна 0,18f, параметр cutoff равен 4. В нормированной системе MEEP c=1, если отдельно не задано размерное масштабирование. Направление падения (theta,phi) задаётся поперечной фазой exp[i 2pi(k_x x+k_y y)], где k_x=f sin(theta) cos(phi), k_y=f sin(theta) sin(phi). Поляризация LABY — это фиксированное лабораторное направление y, спроецированное на плоскость, перпендикулярную вектору распространения. В прямых сценах MS2/MS3 несколько таких когерентных плоских излучателей присутствуют в одном и том же решении Максвелла, имеют общую форму импульса и правило поляризации, но заданные комплексные амплитуды и фазы.

Непоглощающая внутренняя часть расчётной области имеет поперечную полуширину r_max+0,12+0,25 и осевые границы от z_in-0,28-0,25 до L+0,12+0,25, где для опорной геометрии r_max=R+a; затем вокруг области добавляются идеально согласованные поглощающие слои PML толщиной 0,55. Для каждого направления падения выполняется эталонный расчёт пустой области с теми же источником, ячейкой, PML и численными настройками; он даёт падающий поток по z, используемый для нормировки откликов относительно падающего поля. Поэтому интегральный отклик по общему объёму и near-R отклик являются показателями поля, нормированными на падающий эталон, а не принятой ВЧ-мощностью и не коэффициентом усиления антенны.

Комплексные фазоры извлекаются на одной несущей частоте с помощью DFT-мониторов MEEP. Сохранённый атлас электрического поля содержит конечно-объёмные средние Ex, Ey и Ez в 1080 пространственных зонах; полный атлас имеет 3240 комплексных компонент, а разреженное 24-зонное считывание — 72 комплексных канала. Рабочие состояния поля фиксируются после источника в контрольные моменты 180, 270 и 360 модельных единиц времени; поздний дрейф состояния используется как показатель численной устойчивости, а не как физическая наблюдаемая величина. Передаточные функции реальных аппаратных датчиков не моделируются. Прямая многоисточниковая серия использует ту же замороженную прямую модель и те же определения считывания, что и одноисточниковые калибровочные состояния.

6.2 Реальная геометрия разрежённого приёмника и комплексный измерительный оператор

Геометрия разрежённого приёмника взята непосредственно из исполненного электромагнитного кода и архивных файлов результатов, а не восстановлена по рисунку статьи. Производственный скрипт v7.12 задаёт шесть радиальных полос [0,0.15,0.30,0.50,0.70,0.85,1.00]R, пять осевых полос [-1,-0.6,-0.2,0.2,0.6,1]a и 36 азимутальных секторов по 10 градусов. Фиксированный общий приёмник использует архивную маску PHB24 {900, 908, 927, 935, 944, 952, 955, 963, 976, 988, 991, 1003, 1010, 1014, 1037, 1041, 1045, 1050, 1054, 1057, 1066, 1069, 1073, 1078}. Все 24 зоны расположены во внешней радиальной оболочке 0.85R<=rho<=R; их точные осевые и азимутальные границы приведены в Приложении C.

Математически виртуальная зона V_j измеряет конечный объёмный средний отклик каждой компоненты поля. В континуальной записи можно использовать оператор Ebar_{q,j}(omega)=|V_j|^{-1} integral_{V_j} E_q(r,omega)dV, q in {x,y,z}. Сохранённое состояние решателя является дискретным аналогом этого оператора на сетке Йи. Полный

атлас содержит 1080 пространственных зон x 3 электрические компоненты, то есть 3240 комплексных чисел на несущей частоте для каждого направления и каждой геометрии.

Разреженный 24-зонный приёмник — не произвольная схема, нарисованная после расчёта. Его индексы зафиксированы в вычислительном архиве и принадлежат внешней радиальной полосе 0.85R<=rho<=R в пяти осевых диапазонах от -a до +a. Каждая выбранная зона занимает один азимутальный сектор 10 градусов и один осевой интервал. Поскольку сохраняются три компоненты E, разреженный приёмник имеет 24x3=72 комплексных канала. Приложение C расшифровывает каждую зону в физические радиальные, осевые и азимутальные границы.

Дополнительный fairness-тест позволяет каждой контрольной геометрии самостоятельно выбрать свои 24 зоны по одному и тому же калибровочному алгоритму и при одинаковом бюджете. Это разделяет два вопроса: насколько хорошо работает конкретная общая маска, выбранная для PHB-архитектуры, и сохраняет ли PHB преимущество, если каждому контролю разрешить оптимизировать места считывания. Полный 1080-зонный атлас является ещё более строгой проверкой, поскольку вообще исключает выбор разреженной маски.

Каждая численная станция — это конечный сектор цилиндрического объёма, а не математическая точка. Для зоны j и компоненты q из {x,y,z} сохранённый канал представляет собой усреднённый по конечному объёму одночастотный DFT-фазор MEEP <E_q>_Vj. Поэтому раскрытое разрежённое состояние содержит 24 пространственные зоны x 3 лабораторные компоненты электрического поля = 72 комплексных канала. Ни зонное среднее, ни |E|^2 не отождествляются с мощностью, поступающей в антенну; импеданс зонда, коэффициент связи и передаточная функция аппаратного приёмника в этот численный оператор не входят.

Геометрия приёмника, показанная на рисунке 6, построена непосредственно по исполненной геометрии C004 и архивному файлу V712_INDEPENDENT_CALIBRATION_MASKS.csv. Панель (a) показывает открытое входное окно в реальной меридиональной геометрии; панель (b) размещает центры 24 архивных конечных измерительных зон внутри разреза той же аналитической полости; панель (c) показывает их точные осево-азимутальные границы. Центры в панели (b) служат только для визуализации; численные измерения являются усреднениями по полным объёмам зон.

6.3 Согласованные электромагнитные контрольные поверхности

Основные электромагнитные контрольные поверхности заданы аналитически, а не произвольной перерисовкой. В высокосеточных шестинаправленных расчётах и в исследовании при фиксированном направлении используется гладкое полно-профильное равновобъёмное семейство C2. При t=(z-z_in)/(L-z_in): rho_C2(z;d)=rho_PHB(z)+d p(t)+gamma(d) q(t), где p(t)=sin^3(pi t) sin(2pi t)/0,5724334022358164, q(t)=sin^3(pi t), а gamma(d) — вещественный корень, обеспечивающий integral pi rho_C2^2 dz = integral pi rho_PHB^2 dz при rho>=0. Для основного высокосеточного контроля d=0,04 получено gamma=-0,0091977928; для d=0,03 в том же полно-профильном семействе gamma=-0,0068298527. Контроль, изменяющий только рога и применённый в специальном тесте рогов и в завершённом прямом многоисточниковом наборе R34, является другим, более локальным равновобъёмным семейством: центральное замыкание |z|<=a сохраняется точно; на каждом роге u меняется от 0 до 1, p_h(u)=sin^4(pi u) sin(2pi u), q_h(u)=sin^4(pi u), а rho_hC2=rho_PHB+d p_h+gamma_h(d) q_h. Точное выравнивание объёма даёт gamma_h(0,03)=-0,0015638721 и gamma_h(0,06)=-0,0033410061. Поэтому эти два семейства C2 ниже не смешиваются. Неконический контроль K<0 сохраняет точную

центральную полуторовую часть, но заменяет рога согласованными степенными профилями: rho=R_in+(R-R_in)u^p на входном роге и rho=R(1-u)^p на противоположном роге, где p=1,4691524592 определяется условием равенства объёмов. Поскольку p>1, на обоих гладких степенных рогах rho>0 и K<0 при rho>0, однако фокальный закон конического РНВ отсутствует. Этот контроль проверяет, достаточна ли сама отрицательная кривизна.

Построение контролей определяет силу причинного вывода. Сравнение со сферой, цилиндром или случайной полостью смешало бы фокальный закон с огромными различиями объёма, входа, длины и модального спектра. Поэтому семейство C2 начинается с точного профиля РНВ и добавляет гладкое возмущение, обращающееся в ноль в заданных якорных точках. Затем решается дополнительная гладкая поправка, возвращающая объём к объёму РНВ. Символически rho_C2(z;d)=rho_PHB(z)+d p(t)+gamma(d)q(t), где t=(z-z_in)/(L-z_in), p(t)=sin^3(pi t)sin(2pi t)/0.5724334022358164, q(t)=sin^3(pi t), а gamma(d) выбирается из уравнения равенства объёмов при неотрицательном радиусе. Такая деформация нарушает точную коническую фокальную карту, оставаясь геометрически близкой к РНВ.

Неконический контроль K<0 проверяет иную альтернативу. Его рога задаются степенными профилями и соединяются с тем же центральным замыканием, входом и вершиной; показатель степени найден из условия равенства объёмов. В выполненном высокосеточном контроле показатель приблизительно равен 1.46915. Гладкие участки рога сохраняют отрицательную кривизну, но не удовлетворяют гиперболической фокальной идентичности РНВ. Если бы одного K<0 было достаточно, этот контроль должен был бы воспроизвести РНВ-информационную геометрию. В основных полноатласных и разреженных метриках этого не происходит.

Наконец, деформация только рогов оставляет центральное замыкание и вход неизменными и вмешивается лишь в закон рогов. Это более узкий причинный тест, чем замена полного профиля. Его немонотонный дозовый отклик полезен: он показывает, что сильное нарушение фокального закона способно ухудшить направленную реконструкцию, но не подтверждает утверждение, что любое сколь угодно малое отклонение от РНВ обязано ухудшать каждую электромагнитную метрику.

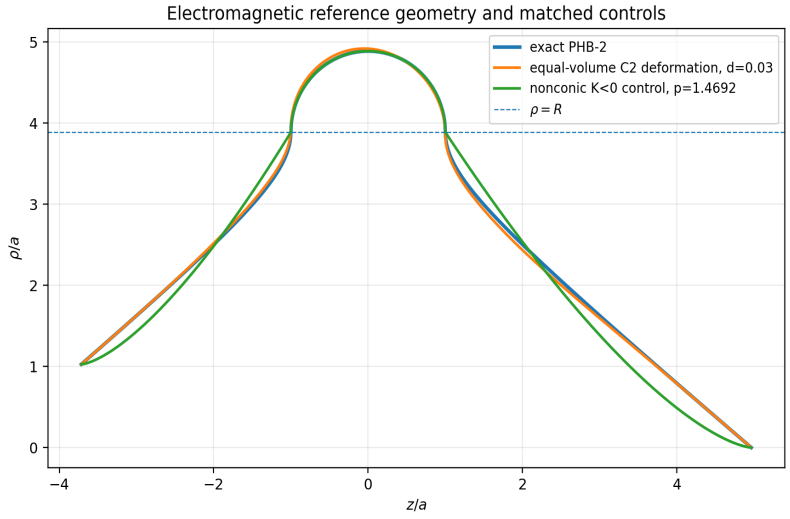

Рисунок 5. Меридиональные профили точного приёмника РНВ-2 и двух основных равнообъёмных электромагнитных контролей. Деформация C2 остаётся РНВ-подобной, но нарушает точный конический закон; неконический контроль K<0 сохраняет отрицательную кривизну рогов без РНВ-фокального закона.

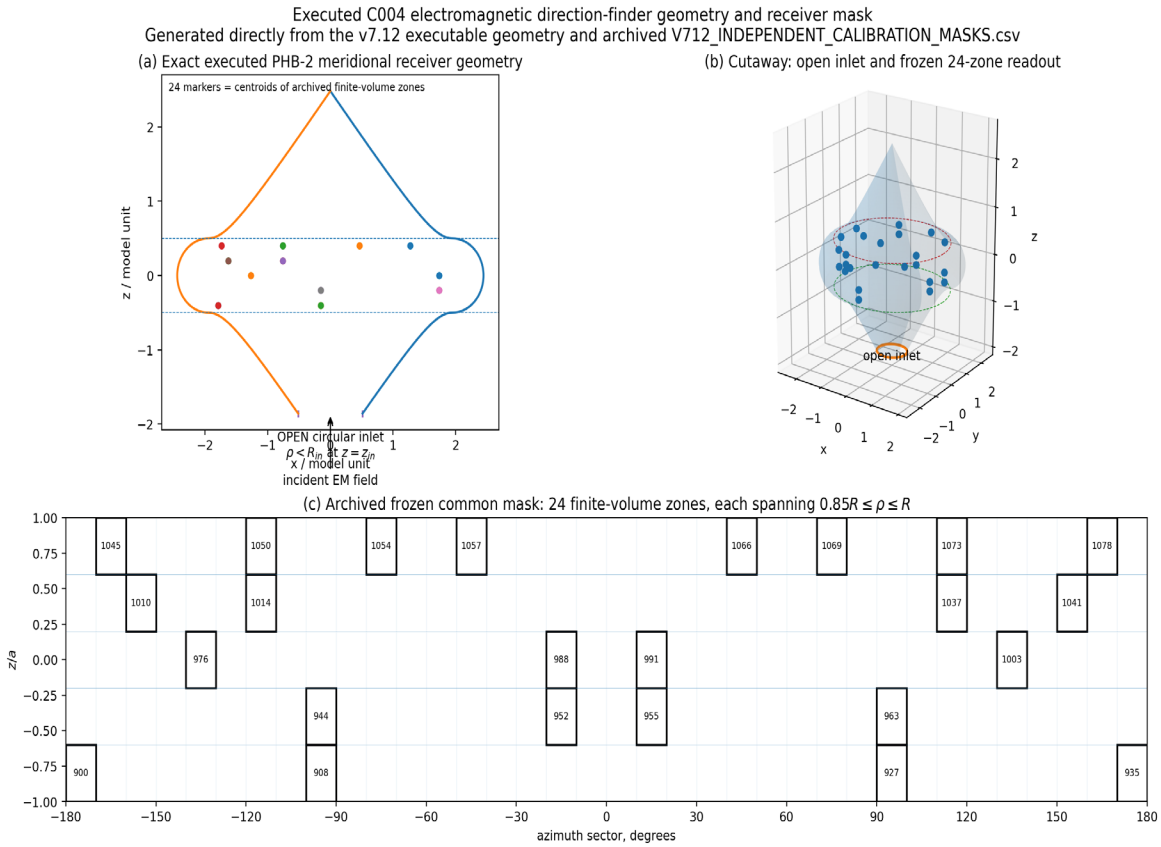

Рисунок 6. Исполненная геометрия электромагнитного пеленгатора C004 и фиксированная общая маска приёмника. (a) Точная меридиональная геометрия PHB-2 с круглым открытым входом при z=z_in; маркеры являются проекциями центров архивных зон. (b) Трёхмерный разрез с открытым входом и 24 фиксированными конечными измерительными зонами. (c) Точные развёрнутые осево-азимутальные границы архивной маски PHB24; каждая зона занимает 0.85R<=rho<=R. Рисунок построен непосредственно по исполненной геометрии v7.12 и V712_INDEPENDENT_CALIBRATION_MASKS.csv, а не реконструирован по опубликованным численным результатам.

Геометрия	Назначение	95-й процентиль ошибки фокального закона
Точный PHB	аналитический эталон	2,23e-14°
C2, d=0,03	близкая равновобъёмная деформация	7,774°
C2, d=0,06	сильная равновобъёмная деформация	16,417°
неконический K<0	общий контроль отрицательной кривизны	36,210°

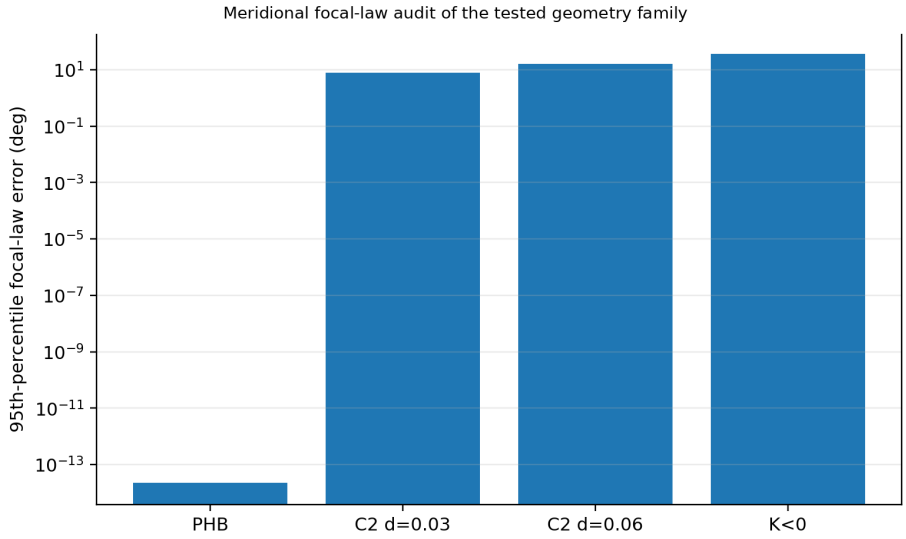

Рисунок 7. 95-й процентиль ошибки меридионального фокального закона для испытанного семейства геометрий. У точного PHB ошибка остаётся на уровне численной точности, тогда как контролируемые деформации и неконический контроль K<0 нарушают наследуемый PHB-фокальный закон.

6.4 Устойчивость предварительного выбора PHB-приёмника в электромагнитном пространстве геометрий

Эталонная геометрия C004 не выбиралась по последующим многоисточниковым результатам. До прямой многоисточниковой серии десять PHB-кандидатов были исследованы при исправленной конструкции PEC-стенки постоянной толщины по нормали с использованием только калибровочных электромагнитных данных. Затем тот же набор кандидатов был повторно ранжирован после ограничения всех 24 измерительных зон областью 0,85R<=rho<=R. C004 сохранила первое место: 0,004784 против 0,004680 у C008, то есть с небольшим запасом около 2,2%. Поэтому это ограниченный результат устойчивости предварительного выбора, а не доказательство глобальной оптимальности C004 во всём пространстве параметров PHB.

Полная таблица важна научно: она показывает, что несколько PHB-геометрий формируют нетривиальную направленную информацию и что финальный приёмник является одним представителем более широкого семейства. Выбранная C004 сочетает сравнительно большое разделение калибровочных состояний и благоприятный эффективный ранг при совместимости с near-R архитектурой. Небольшой разрыв между C004 и C008 также не позволяет приписывать точному численному максимуму фундаментальный смысл; в дальнейшей работе многоисточниковый протокол следует повторить для соседних PHB-кандидатов.

Кандидат	Near-R score	Калибровочное d_min (L1)	Эффективный ранг	Средняя доля энергии в 0,85R-R
C004	0,004784	0,03050	2,372	26,20%
C008	0,004680	0,02081	2,139	28,27%
C007	0,002448	0,02395	2,090	27,03%
C001	0,002355	0,02271	2,221	26,78%
C003	0,001844	0,01786	1,917	27,97%

7. Численная устойчивость и целостность данных

Здесь R34 и R48 обозначают пространственные разрешения декартовой FDTD-сетки 34 и 48 ячеек Йи на единицу модельной длины соответственно; это обозначения численной сетки, а не разные физические геометрии приёмника. Численная модель использует стенку, полученную смещением аналитического внутреннего профиля вдоль локальной нормали, что отделяет заданную континуальную геометрию от ступенчатых эффектов FDTD и фазы стенки относительно сетки. В двухсеточном тесте R34 и R48 PHB-состояния повторялись при полуклеточных сдвигах стенки/сетки. В near-R анализе максимальная дистанция состояния из-за фазы стенки уменьшилась с 0,11586 при R34 до 0,05959 при R48, максимальный поздний дрейф — с 0,04546 до 0,03465, а косинус ориентации отклика вырос с 0,13293 до 0,50191. Тенденция поддерживает рост численной устойчивости с разрешением, однако отсутствие продолжения R64 не позволяет заявлять строгую сходимость к континууму.

Для полостной задачи существенны по крайней мере два разных класса численной ошибки. Первый — временное установление: многократно отражающееся поле может долго сохранять энергию, и слишком раннее извлечение комплексного состояния зависит от момента считывания. Второй — геометрическая дискретизация: криволинейная PEC-стенка на декартовой сетке испытывает staircase- и wall-phase-ошибки. Нормальное смещение стенки введено для отделения заданной континуальной толщины от наивной радиальной толщины, а полушаговые сдвиги использованы для оценки чувствительности к фазе положения стенки относительно сетки.

Поэтому переход R34 -> R48 следует называть тенденцией повышения численной устойчивости, а не формальным доказательством сходимости. Уменьшение максимального wall-phase расстояния состояний и позднего временного дрейфа благоприятно, а рост orientation cosine показывает более согласованное направление численного возмущения на более тонкой сетке. Однако доступна лишь двухуровневая цепочка. Без независимого R64 или другого асимптотического продолжения порядок сходимости не заявляется.

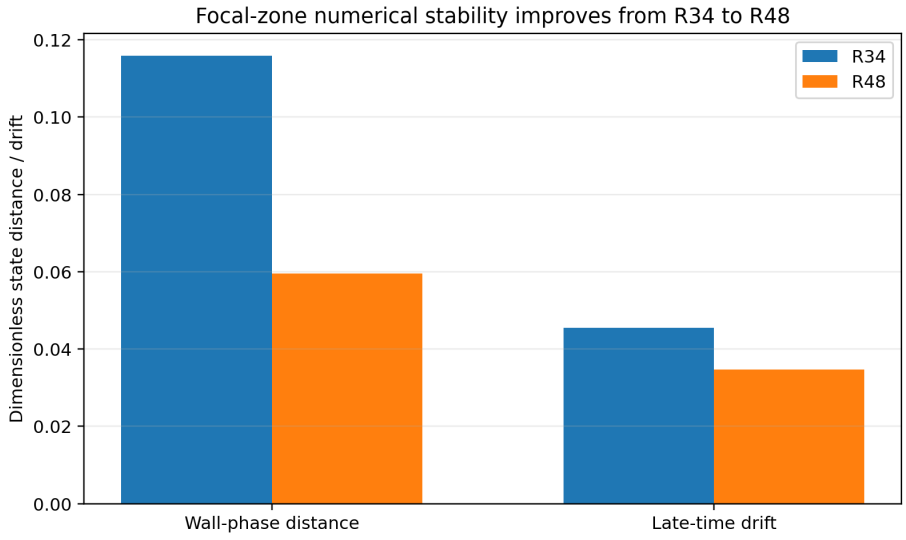

Рисунок 8. Численная устойчивость near-R приёмника при переходе от R34 к R48. Чувствительность к фазе стенки и поздний дрейф уменьшаются на более высокой сетке; это тенденция к сходимости, а не строгая континуальная проверка.

Высокосеточный набор согласованных сравнений содержит все 18 требуемых одноисточниковых состояний PHB/C2/K<0 и соответствующие записи случаев. Прямая

многоисточниковая проверка содержит все 29 запланированных R34 Maxwell-расчётов: калибровочные направления, независимые проверочные одноисточниковые направления, прямые двух- и трёхисточниковые сцены и случаи усиленной деформации. Перед анализом проверены машиночитаемые массивы состояний, эталоны падающего поля, трассы сходимости и метаданные целостности. Прямые многоисточниковые расчёты завершены при R34, но пока не повторены при R48.

8. Конечноволновой PHB-специфический отклик на высокой сетке

8.1 Интегральный отклик в шести направлениях

Во всех шести испытанных направлениях высокосеточного согласованного набора интегральный отклик общего объёма, нормированный на падающий поток, у точного PHB выше обоих контролей. Знак разности PHB-контроль не меняется внутри этого набора. Средние значения равны 0,944698 для PHB, 0,799424 для C2 и 0,875447 для K<0, что соответствует преимуществу отношения средних PHB на 18,17% относительно C2 и на 7,91% относительно K<0.

Интегральную common-volume величину можно схематически записать как Q_common(Omega)=Integral_{V_common}|E_G(r;Omega)|^2 dV / |Phi_inc(Omega)|. Для PHB и обоих контролей используются одинаковый физический объём и одинаковая нормировка источника. Поэтому величина пригодна для сравнения того, насколько сильно каждая граница заполняет исследуемую внутреннюю область полем при одинаковом падающем возбуждении. Это не калиброванная принимаемая мощность, поскольку в модели отсутствуют поглощающая нагрузка, согласование и эффективная апертура реальной антенны.

Шестинаправленный результат важен тем, что знак разности PHB-контроль не зависит от одного удачного угла. Средний PHB-отклик 0.944698 превышает C2 на 18.17% и K<0 на 7.91%, причём PHB больше обоих контролей во всех шести направлениях. Это свидетельствует о воспроизводимом изменении конечноволновой организации поля точной поверхностью в данном угловом наборе. Это не означает, что любая деформация PHB обязана уменьшать эту величину: раздел 11 прямо показывает немонотонность при малых дозах C2.

Направление (theta,phi)	PHB	C2	K<0	PHB/C2	PHB/K<0
(8, +0)	0.972682	0.769824	0.863156	+26.35%	+12.69%
(9, -4)	0.968815	0.781450	0.879299	+23.98%	+10.18%
(10, -10)	0.954252	0.800042	0.872305	+19.28%	+9.39%
(10, +10)	0.954253	0.800042	0.872305	+19.28%	+9.39%
(11, +4)	0.923135	0.812767	0.877141	+13.58%	+5.24%
(12, +0)	0.895048	0.832421	0.888474	+7.52%	+0.74%

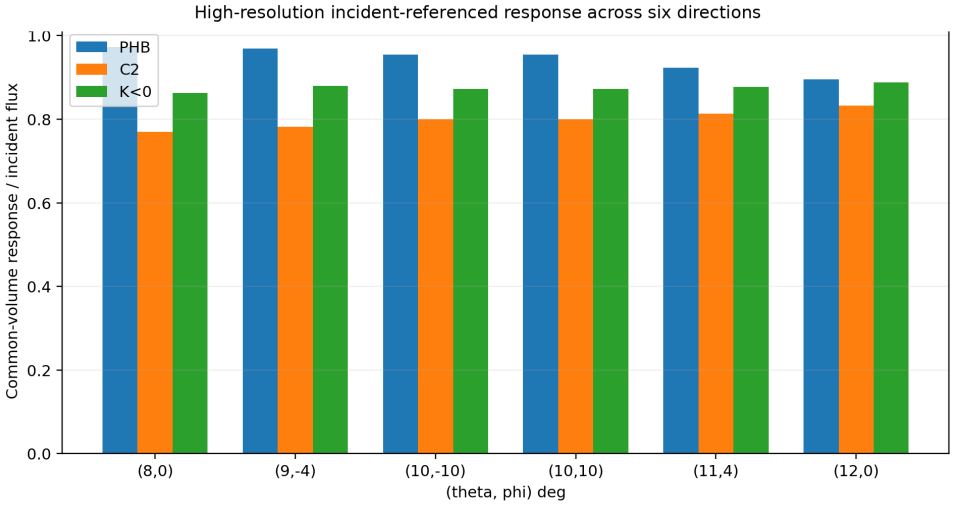

Рисунок 9. Высокосеточный интегральный отклик, нормированный на падающий поток, для шести испытанных направлений. PHB выше обоих согласованных контролей во всех направлениях. Это численный показатель отклика, а не калиброванная мощность физического приёмника.

Проверка в собственном объёме каждой геометрии

Сравнение в общем физическом объёме является наиболее строгим тестом справедливости, поскольку область интегрирования одинакова для всех геометрий. Дополнительная проверка интегрирует тот же нормированный на падающий поток полевой показатель по собственному доступному объёму каждой полости. Средние по шести направлениям равны 0,98741 для PHB, 0,83568 для C2 и 0,89918 для K<0; превышение PHB составляет 18,16% и 9,81% соответственно. Следовательно, знак эффекта не создаётся искусственным обрезанием всех моделей до общего пересечения объёмов. Этот own-volume результат является дополнительным, а не основным, поскольку области интегрирования различаются.

Область интегрирования	PHB	C2	K<0	PHB vs C2	PHB vs K<0
Общий физический объём	0,94470	0,79942	0,87545	+18,17%	+7,91%
Собственный объём каждой полости	0,98741	0,83568	0,89918	+18,16%	+9,81%

8.2 Абсолютный отклик в узкой near-R области транспортного слоя

Для более геометрически локализованного показателя используется фиксированное окно |rho-R|<=0,08 и |z|<=a, пересекающее предельный слой C0. Средний по шести направлениям отклик равен 0,042251 для PHB, 0,035534 для C2(d=0,04) и 0,038934 для K<0. PHB выше обоих контролей во всех испытанных направлениях. Этот результат особенно важен для гипотезы фокального закона, поскольку измеряется непосредственно в окрестности геометрически заданного транспортного слоя. При этом его нельзя смешивать с 24 полностью внутренними зонами считывания или с поглощённой мощностью реальной антенны.

Near-R окно проверяет более специфическую связь с аналитической геометрией. Интеграл ограничивается областью |rho-R|<=0.08, |z|<=a — тонкой окрестностью слоя C0, выделенного фокальным законом. Цель не состоит в объявлении C0 универсальной

энергетической каустикой. Логика другая: если аналитическая транспортная структура влияет на конечноволновое поле, её воспроизводимый след разумно искать в области, определённой до анализа конечных направленных данных.

Средние значения 0.042251, 0.035534 и 0.038934 для PHB, C2 и K<0 дают PHB-превышение над обоими контролями во всех шести направлениях. Малые абсолютные числа естественны для узкого подобъёма и не являются эффективностью или коэффициентом усиления. Их смысл сравнительный: точная геометрия изменяет поле именно в транспортно мотивированной области сильнее, чем согласованные поверхности с нарушенным фокальным законом.

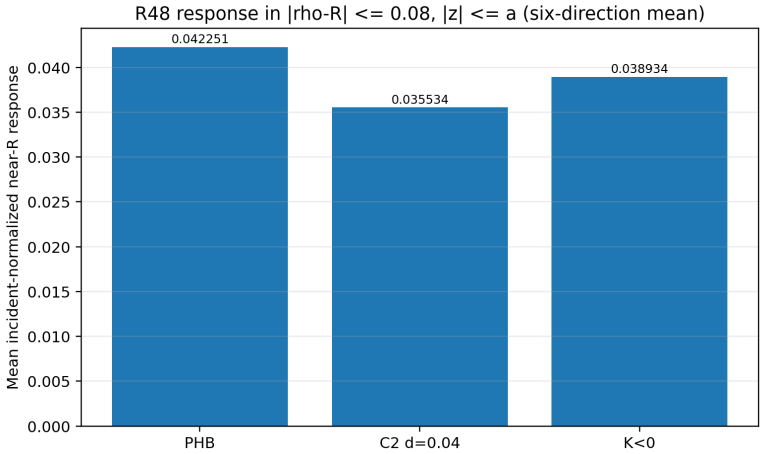

Рисунок 10. Средний по шести направлениям абсолютный отклик в узком окне |rho-R|<=0,08, |z|<=a. PHB превосходит два согласованных контроля по этому нормированному на падающее поле показателю.

Нормированный коэффициент концентрации G не является всегда максимальным у PHB; положительный результат относится к абсолютному масштабу поля относительно падающего эталона в заданном окне. Это исключает необоснованное утверждение о всеобщем максимуме нормированной концентрации.

Абсолютный отклик и нормированная концентрация

Абсолютный near-R отклик необходимо отделять от нормированной доли внутреннего поля в той же узкой кольцевой области. Средние по шести направлениям значения нормированной концентрации равны G=0,6323 для PHB, 0,6297 для C2 и 0,6401 для K<0. Следовательно, PHB не уникальна по максимальной доле поля, локализованного в near-R области; по этому показателю K<0 немного выше. Положительный PHB-результат относится к абсолютному нормированному на падающее поле отклику в этой области: 0,042251 против 0,035534 и 0,038934. Такое разделение отвергает упрощённое утверждение об универсальной «фокусировке энергии», но сохраняет практически важный факт: при одинаковом возбуждении в зоне считывания PHB доступно больше абсолютного поля.

Геометрия	Абсолютный near-R отклик / падающий поток	Нормированная near-R концентрация G
PHB	0,042251	0,6323
C2	0,035534	0,6297
K<0	0,038934	0,6401

8.3 Доля поля в разреженном считывании

24-зонное считывание специально является разреженным. На общей фиксированной маске выбранные зоны содержат 2,85% нормированного PHB-атласа против 2,60% у C2 и 2,61% у K<0. При независимом выборе собственных 24 зон значения составляют 4,17%, 3,33% и 3,76%. Это не коэффициент усиления приёмника, а свидетельство того, что при одинаковом числе зон большая доля нормированного PHB-состояния представлена в выбранной near-R опоре измерения.

Доля sparse capture показывает, какая часть нормированной интенсивности атласа представлена ограниченным бюджетом датчиков. Если I_j — суммарная по компонентам нормированная интенсивность зоны j, то доля захвата — сумма по выбранным 24 зонам, делённая на соответствующую сумму атласа. Это статистика считывания, а не усиление. Она отвечает на вопрос, концентрирует ли геометрия полезную часть направленно-зависимого поля в компактном наборе измерений.

Общая маска даёт 2.85% для PHB против 2.60% и 2.61% для C2 и K<0. При собственном выборе 24 зон каждой геометрией значения возрастают до 4.17%, 3.33% и 3.76%. Рост у всех поверхностей ожидаем; существенным является сохранение наибольшего значения PHB даже при одинаковом праве контролей на оптимизацию.

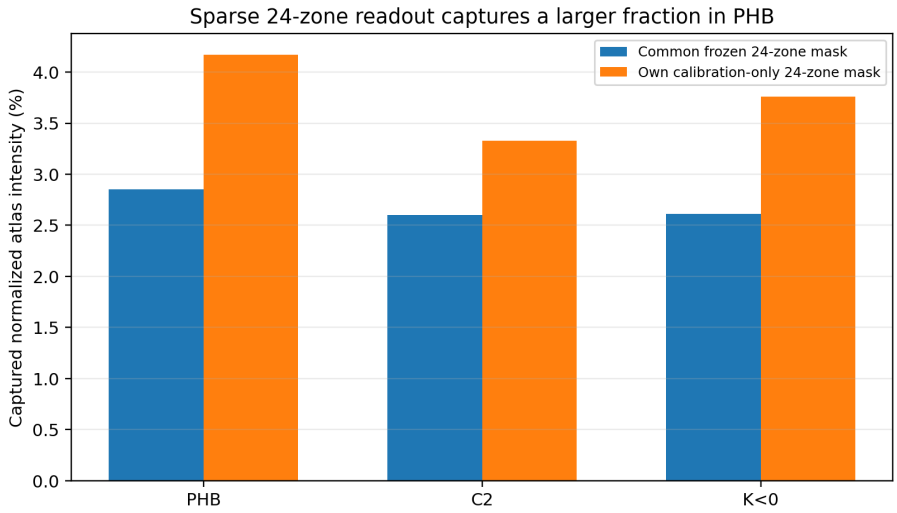

Рисунок 11. Доля нормированной пространственной интенсивности, содержащаяся в 24-зонном считывании. PHB имеет большее значение как на общей маске, так и при независимом калибровочном выборе зон каждой геометрии.

8.4 Независимое высокосеточное конечноволновое подтверждение в фокальной области

Независимый осесимметричный электромагнитный расчёт даёт важную дополнительную проверку, поскольку использует другую конечноволновую архитектуру, отличную от финального трёхмерного C004-пеленгатора. При разрешении N_res=140 и общем времени наблюдения t=5 после выключения источника фокально согласованное возбуждение PHB дало G_target=0,531148 и радиальную полуширину по половине энергии 0,593305. При том же протоколе согласованный контроль C2 дал G_target=0,234140 и ширину 1,170228. Таким образом, в этой независимой постановке PHB имела примерно в 2,27 раза больший целевой показатель и почти вдвое меньшую радиальную ширину.

Этот расчёт сохраняется в доказательном корпусе, поскольку наблюдаемая величина была определена непосредственно в конечной области вокруг аналитического транспортного слоя C0 и не зависит от позднее исправленной реализации радиальной толщины стенки,

которая сделала непригодными ряд старых трёхмерных сравнений пеленгации. Однако вывод ограничен: G_target<1, источники задавались при одинаковом токе, а не одинаковой принятой мощности, поэтому речь идёт о различном конечноволновом перераспределении поля, а не о пассивном усилении и не об универсальной теореме gain. Научная ценность здесь состоит в независимости постановки.

Геометрия	G_target при N_res=140, t=5	Радиальная полуширина по половине энергии
PHB	0,531148	0,593305
C2	0,234140	1,170228

9. Комплексная информационная геометрия: завершённая 29-случайная многоисточниковая проверка

9.1 Общий фиксированный 24-зонный приёмник

Четыре калибровочных направления: (8,-10), (8,+10), (12,-10) и (12,+10) градусов. На одной фиксированной 24-зонной маске точный PHB имеет наибольшее минимальное проективное разделение, наибольшее минимальное сингулярное число и наименьшее число обусловленности. Минимальное разделение только по амплитуде также максимально у PHB; следовательно, положительный комплексный результат не создаётся одной фазой, а когерентная фаза добавляет дополнительную различимость.

Эти четыре угловые точки являются углами маленькой двумерной ячейки. Каждая создаёт 72-компонентное комплексное состояние. Перед сравнением отпечатков неизвестная общая комплексная шкала источника рассматривается как мешающий параметр, поэтому минимальное проективное расстояние измеряет худшую различимость направлений после произвольного изменения общей амплитуды и фазы. Для когерентного приёмника это строгий критерий: два состояния, отличающиеся только одним комплексным множителем, физически неразличимы без внешней опоры амплитуды/фазы.

PHB увеличивает худшее разделение и для полного комплексного состояния, и в амплитудной проекции. Последнее показывает, что положительный результат не создаётся единственным тонким фазовым эффектом. Тем не менее комплексная метрика богаче физически, поскольку когерентная фаза несёт дополнительную независимую структуру. Одновременный рост sigma_min и уменьшение числа обусловленности означают, что четыре калибровочных состояния PHB образуют лучше обусловленное подпространство, чем соответствующие состояния обоих контролей.

Показатель	PHB	C2 d=0,03	K<0	Лучше
минимальное проективное разделение	0,411992	0,280613	0,291894	больше
минимальное разделение только по амплитуде	0,268768	0,186534	0,181444	больше
минимальное сингулярное число	0,171731	0,119170	0,143044	больше

Показатель	PHB	C2 d=0,03	K<0	Лучше
число обусловленности	11,0108	15,9551	13,3139	меньше

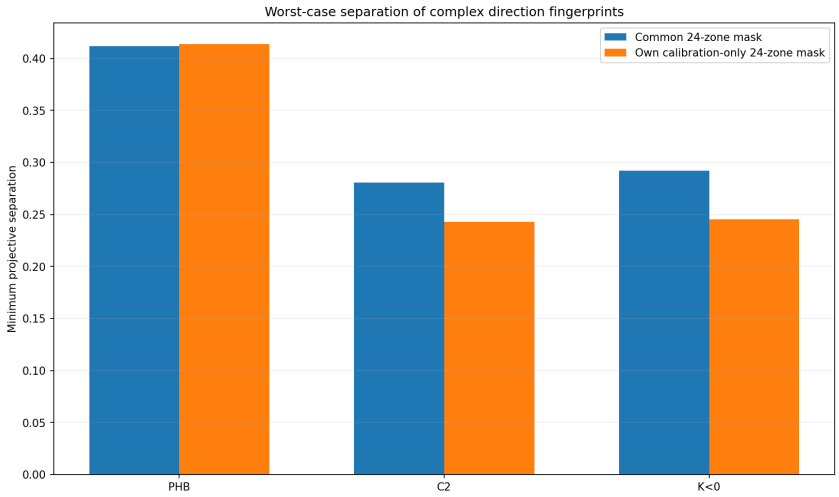

Рисунок 12. Худшее проективное разделение четырёх калибровочных направленных отпечатков. PHB даёт наибольшее минимальное разделение как на общей 24-зонной системе, так и после независимого выбора каждой геометрией собственного равного по числу калибровочного набора зон.

9.2 Полный атлас: эффект не является артефактом выбора маски

Использование всех 1080 пространственных зон и трёх комплексных компонент исключает этап выбора 24 датчиков. Порядок сохраняется: минимальное d_proj равно 0,422528 для PHB, 0,297119 для C2 и 0,280785 для K<0; sigma_min — 0,206467, 0,141436 и 0,137408; число обусловленности — 8,929, 13,380 и 13,878. Следовательно, преимущество PHB присутствует уже в полном сохранённом Maxwell-атласе.

Полноатласная проверка снимает главное возражение к разреженному считыванию: 24-зонная маска могла случайно оказаться настроенной под PHB и тем самым создать искусственное преимущество. При использовании всех 3240 комплексных компонент этап выбора датчиков отсутствует. Следовательно, наблюдаемый порядок принадлежит самому сохранённому Maxwell-полю. PHB имеет d_min=0.422528, sigma_min=0.206467 и число обусловленности 8.9288, тогда как оба контроля заметно хуже.

Для интерпретации ГВИ это особенно важно: геометрия меняет информационно несущую структуру поля ещё до проектирования разреженного приёмника. Выбор датчиков — последующий этап, который может сохранить или потерять часть информации, но не создаёт полноатласную разницу.

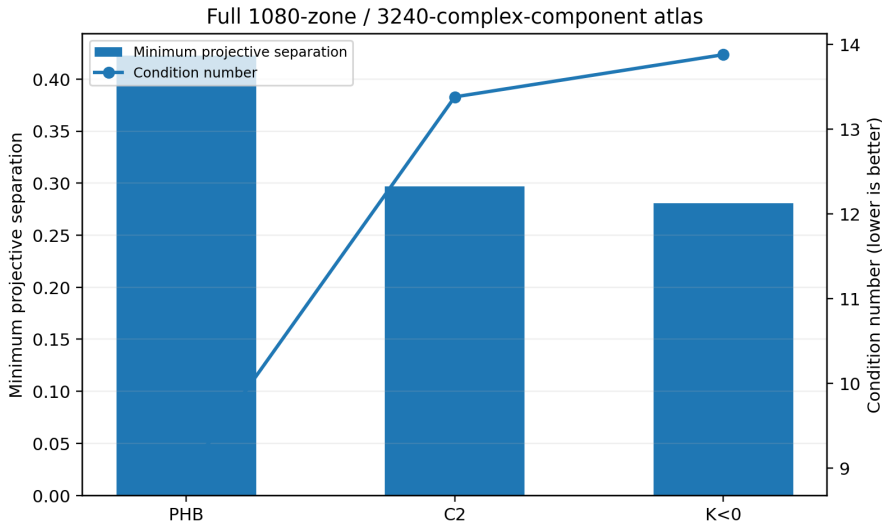

Рисунок 13. Метрики полного атласа из 3240 комплексных компонент. PHB имеет наибольшее минимальное проективное разделение и наименьшее число обусловленности без выбора 24 зон.

9.3 Справедливый одинаковый бюджет: собственные 24 зоны каждой поверхности

В более строгом тесте PHB, C2 и K<0 независимо выбирают собственные 24 зоны только по четырём калибровочным направлениям одним алгоритмом. Это снимает возражение, что PHB-маска может искусственно благоприятствовать PHB. Даже при таком независимом выборе PHB имеет наибольшее минимальное комплексное разделение 0,413672, наибольшее амплитудное разделение 0,314335, наибольшее sigma_min 0,133649 и наименьшее число обусловленности 13,725.

Own-mask тест является сравнением с одинаковым бюджетом оптимизации. Каждая поверхность выбирает 24 зоны из одного допустимого near-R множества по одинаковому алгоритму, использующему только четыре калибровочных направления. Независимые направления и многоисточниковые сцены в выбор не входят. Поэтому ни одна геометрия не принуждается к использованию мест, оптимизированных для другой поверхности.

Даже в этом более благоприятном для контролей сравнении PHB сохраняет наибольшие минимальные проективное и амплитудное разделения, наибольшее sigma_min и наименьшее число обусловленности. Это не доказывает глобальную оптимальность самого алгоритма выбора зон, но снимает простое объяснение «PHB лучше только потому, что общая маска была выбрана под PHB».

Показатель	PHB, своя маска	C2, своя маска	K<0, своя маска
min проективное разделение	0,413672	0,242647	0,245242
min амплитудное разделение	0,314335	0,165937	0,137000
минимальное сингулярное число	0,133649	0,072391	0,115443

Показатель	PHB, своя маска	C2, своя маска	K<0, своя маска
число обусловленности	13,725	26,723	16,729

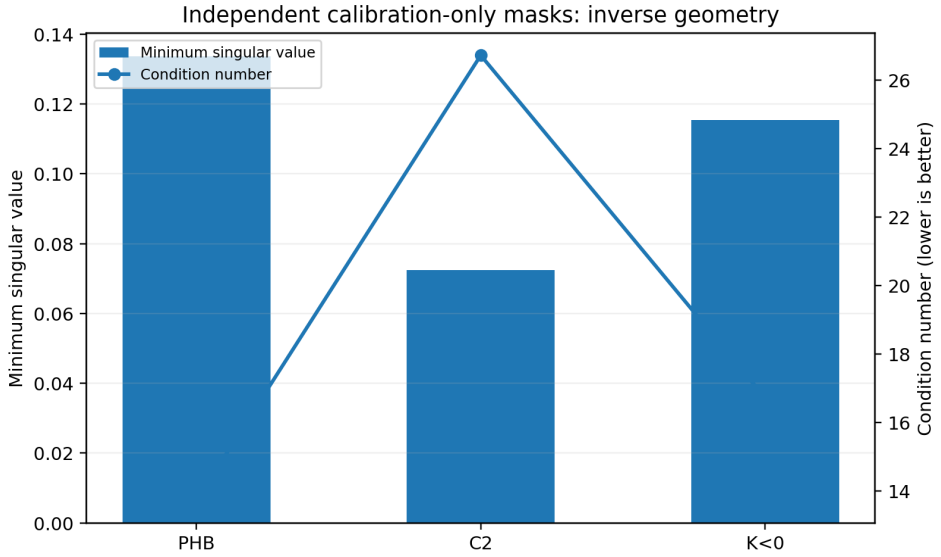

Рисунок 14. Обусловленность после независимого калибровочного выбора одинакового числа зон для каждой поверхности. PHB сохраняет наиболее благоприятную четырёхсостояниевую геометрию обратной задачи.

9.4 Одноисточниковая угловая ошибка: важный результат, где PHB не является лучшей

Финальный R48 corrected-wall корпус также содержит намеренно простой одноисточниковый baseline по угловой ошибке. Этот результат принципиален, поскольку не позволяет смешивать информационно-геометрические преимущества с утверждением, будто PHB обязана минимизировать любую угловую метрику. На одной общей фиксированной 24-зонной маске все три геометрии дают одинаковую на уровне угловой сетки сферическую среднюю абсолютную ошибку 0,1345118° для двух blind-направлений. Если каждой геометрии разрешить независимо выбрать свои 24 зоны только по калибровочным данным, C2 номинально лучшая для этого грубого affine-decoder: 0,04770° против 0,22654° для PHB и 0,17270° для K<0.

В варианте только с focal-zone маской картина также не даёт PHB-превосходства по MAE: PHB=0,134512°, C2=0,047702°, K<0=0,220403°. При этом PHB остаётся полностью работоспособной и с большим запасом проходит заранее заданный одноисточниковый критерий точности. Следовательно, доказательство PHB-specificity относится к структуре и масштабу Maxwell-поля, геометрии комплексных состояний и многоисточниковой задаче, а не к универсальному утверждению, что любой декодер должен выдавать меньшую скалярную угловую ошибку именно для PHB.

Сравнение	PHB MAE, °	C2 MAE, °	K<0 MAE, °	Интерпретация
Общая фиксированная	0,134512	0,134512	0,134512	равенство на уровне сетки

маска				
Собственные calibration-only маски	0,22654	0,04770	0,17270	C2 номинально лучше
Общая focal-zone маска	0,134512	0,047702	0,220403	C2 номинально лучше

10. Регулярность независимых направлений

Три направления, не входившие в четырёхточечную калибровочную сетку: (9,25,-6,5), (10,75,+6,5) и (10,25,-0,5) градусов. На общем фиксированном 24-зонном приёмнике PHB имеет наименьшую ошибку интерполяции с устранением единого комплексного масштаба во всех трёх сравнениях. Средняя ошибка: 0,085287 для PHB, 0,106583 для C2 и 0,117146 для K<0. При нормировке разницы на соответствующий контроль средняя ошибка PHB примерно на 20,0% меньше C2 и на 27,2% меньше K<0.

Held-out регулярность проверяет иной аспект, чем попарное разделение. Калибровка содержит только четыре угла прямоугольной угловой ячейки, поэтому внутри неё строится комплексная билинейная интерполяция, не использующая независимое поле. Невязка показывает, насколько близко прямой Maxwell-расчёт следует локальному многообразию, определённому калибровкой. Малая невязка означает более регулярную локальную карту направления в комплексное состояние для данного фиксированного приёмника и правила интерполяции.

На общей маске PHB имеет наименьшую невязку во всех трёх независимых направлениях и среднее 0.085287 против 0.106583 и 0.117146 для C2 и K<0. Это поддерживает локальную регулярность PHB-карты в исследованном угловом прямоугольнике. Результат нельзя переносить на own-mask случай, где PHB не лучший в каждом отдельном сравнении, или на углы вне калиброванной области.

Независимое направление	PHB	C2	K<0
(9,25, -6,5)	0,069964	0,088608	0,090595
(10,75, +6,5)	0,082044	0,096689	0,113130
(10,25, -0,5)	0,103855	0,134453	0,147714
Среднее	0,085287	0,106583	0,117146

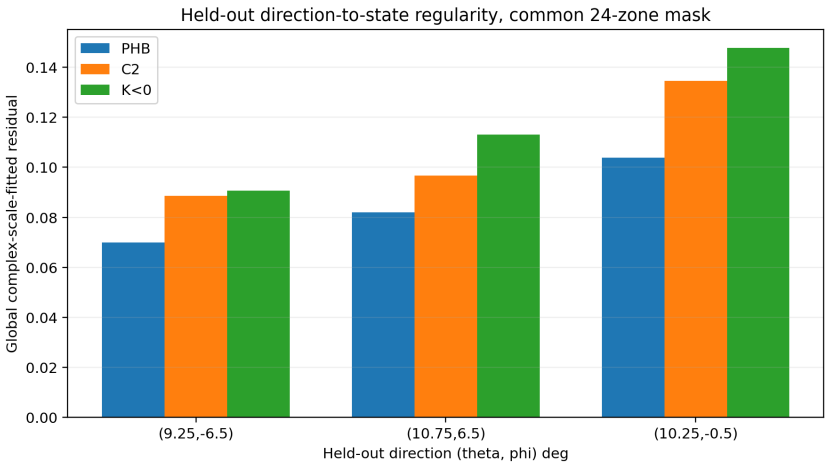

Рисунок 15. Ошибка комплексной карты для всех трёх независимых направлений на общей фиксированной 24-зонной системе. Меньше — лучше; PHB имеет минимальную ошибку во всех 3/3 тестах.

Результат 3/3 относится именно к опубликованной общей 24-зонной PHB-архитектуре. При собственных масках каждой поверхности порядок ошибок независимых направлений не является равномерно лучшим для PHB; поэтому здесь не заявляется универсальное превосходство интерполяции. Защищаемый вывод: фиксированная 24-зонная PHB-архитектура формирует наиболее регулярную независимую комплексную карту среди испытанных поверхностей.

11. Контролируемые тесты геометрических возмущений

11.1 Равновобъёмная деформация при фиксированном направлении

При (theta,phi)=(10,0) градусов и R48 в отдельном контрольном тесте сравнивались точный PHB, четыре дозы деформации C2 и K<0 при одинаковом источнике и численном протоколе. Относительно основного контроля C2(d=0,04) near-R отклик PHB равен 0,042591 против 0,035394 (+20,34%), а отклик общего объёма — 0,951249 против 0,793583 (+19,87%). Относительно K<0 преимущества PHB составляют около +9,60% и +7,87%. Таким образом, фиксированное по направлению сравнение воспроизводит знак и приблизительный масштаб шестинаправленного преимущества PHB относительно основных согласованных контролей.

Дозовая серия необходима потому, что простое сравнение PHB с одним контролем показывает специфичность, но не говорит, как отклик меняется при непрерывном нарушении точного закона. Параметр d управляет гладкой равнообъёмной деформацией с сохранением основных якорей. Если бы конечноволновой отклик определялся одним скалярным показателем ошибки фокального закона, можно было бы ожидать монотонного падения от d=0. Данные такого закона не показывают.

Основной контроль d=0.04 ниже PHB и по near-R, и по целому common-volume отклику; K<0 также ниже. Однако некоторые малые деформации d=0.01-0.03 локально превышают PHB в той же величине. Эту немонотонность важно не скрывать: она показывает зависимость Maxwell-поля от полного фазового ландшафта границы, а не от одного лучевого скаляра. Корректный причинный вывод — чувствительность к геометрии и специфичность PHB относительно заранее определённых контролей, но не универсальная монотонная теорема.

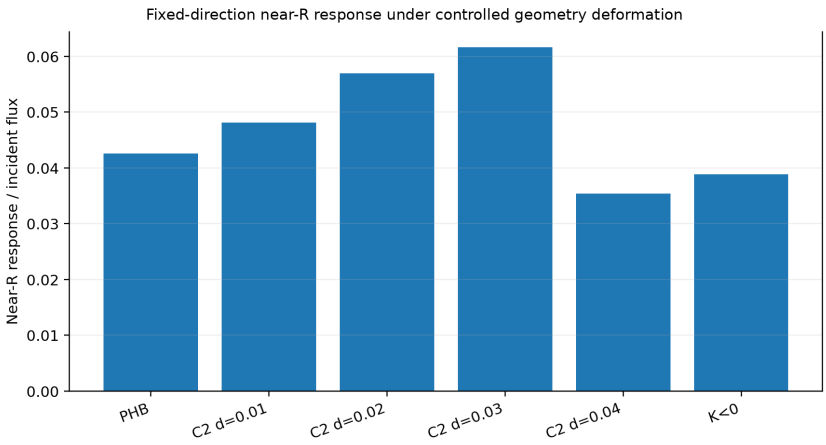

Рисунок 16. Near-R отклик точного PHB, нескольких равновобъёмных доз C2 и K<0 при одном фиксированном направлении. Немонотонность промежуточных C2-доз означает, что график является свидетельством чувствительности к геометрии, но не монотонной теоремой причинности фокального закона.

Промежуточные дозы C2 d=0,01-0,03 могут превосходить PHB по этому конечноволновому показателю. Поэтому данный тест не устанавливает правило «чем больше ошибка фокального закона, тем меньше локальное поле». Он показывает, что точный PHB воспроизводимо отличается от основного d=0,04 и K<0 в независимо заданном согласованном протоколе.

11.2 Деформация рогов

Во втором контрольном тесте изменяются только PHB-рога при неизменных центральном замыкании и входе. Для слепого случая theta=10 градусов при одном общем абсолютном уровне шума средняя абсолютная ошибка theta равна 0,085 градуса для PHB, 0,0783 градуса для слабой деформации d=0,03 и 0,240 градуса для более сильной d=0,06. Сильное нарушение фокальной геометрии рогов существенно ухудшает восстановление относительно точного PHB, тогда как слабая деформация в этом одном тесте немного лучше. Поддерживаемый вывод — чувствительность к существенному нарушению закона рогов, а не монотонное превосходство PHB при любой дозе деформации.

Тест только рогов сужает вмешательство: центральное замыкание и вход остаются неизменными. Для слепого theta=10 градусов сильная деформация d=0.06 увеличивает среднюю угловую ошибку до 0.240 градуса против 0.085 градуса для PHB, тогда как d=0.03 даёт 0.0783 градуса и немного лучше. Этот результат снова отвергает упрощённую монотонную картину, но показывает, что достаточно сильное нарушение закона рогов существенно меняет направленное восстановление.

Вместе с полно-профильной дозовой серией это указывает на PHB как на организующее геометрическое ограничение, а не на однопараметрический механизм усиления. Будущая причинная программа должна сравнивать несколько независимых семейств деформаций при согласованных бюджетах фокальной ошибки и объёма и заранее регистрировать полевые и информационные метрики.

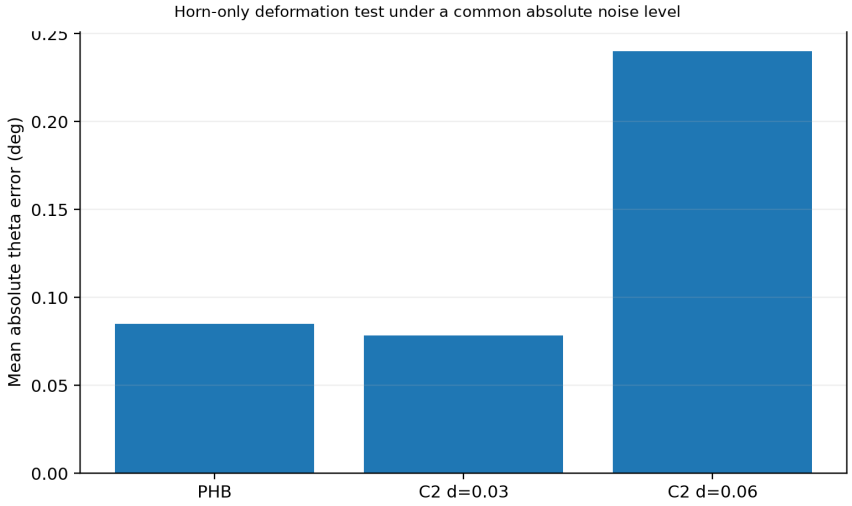

Рисунок 17. Тест деформации только рогов при одном направлении и общем абсолютном уровне шума. Сильная деформация d=0,06 увеличивает угловую ошибку относительно PHB; слабая d=0,03 не подтверждает монотонный тренд.

12. Прямая Maxwell/FDTD-проверка двух и трёх одновременных источников

Прямой многоисточниковый набор содержит физически одновременные источники внутри одной Maxwell/FDTD-задачи, а не только синтетическое сложение после расчёта. Форма сигнала и поляризация общие; различаются только направление, относительная амплитуда и относительная фаза. В двухисточниковой сцене используются (9,25,-6,5) градуса с единичной амплитудой и нулевой относительной фазой и (10,75,+6,5) градуса с амплитудой 0,2511886 (-12 дБ) и фазой 1,1 рад. В трёхисточниковой сцене добавляется (10,25,-0,5) градуса с амплитудой 0,1 (-20 дБ) и фазой 2,0 рад.

Цель этого расчёта часто можно понять неверно. Линейность Максвелла не является особым свойством PHB; она общая для всех трёх линейных PEC-геометрий. Проверяется другое: пригодность одноисточниковых калибровочных отпечатков как когерентного прямого базиса. Одноисточниковые состояния рассчитываются независимо, затем отдельный FDTD-расчёт возбуждает два или три источника одновременно с заданными относительными амплитудами и фазами. Если базис корректен, их комплексная взвешенная сумма должна воспроизвести прямое одновременное поле.

Для сцены S предсказание имеет вид y_pred=sum_m alpha_m s(Omega_m), а ошибка epsilon_sup=||y_direct-y_pred||_2/||y_pred||_2. Полученные значения порядка 7.3e-4--1.19e-3 для всех геометрий и обеих сцен подтверждают физическую корректность одноисточникового когерентного базиса. Небольшие различия epsilon_sup между PHB, C2 и K<0 не используются как доказательство различной «линейности» поверхностей.

На общей фиксированной 24-зонной маске прямое одновременное поле совпадает с линейной комбинацией независимо рассчитанных одноисточниковых состояний с ошибкой около 10^-3 для всех геометрий. Для PHB epsilon_sup=0,000731984 в MS2 и 0,00103813 в MS3. Особенно важно MS3: линейная физическая модель подтверждена при наличии третьего источника на 20 дБ слабее основного.

Сцена	PHB	C2 d=0,03	K<0	Смысл
MS2	0,000731984	0,000838361	0,000733818	прямое 2-источниковое поле против суммы
MS3	0,00103813	0,00119316	0,00104729	прямое 3-источниковое поле против суммы

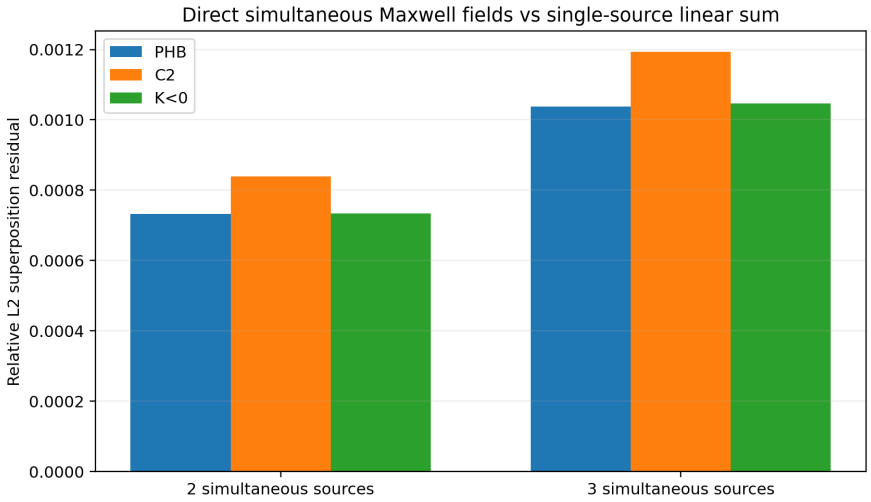

Рисунок 18. Относительная L2-ошибка между прямым одновременным Maxwell-полем и линейной комбинацией независимо рассчитанных одноисточниковых полей. Двух- и трёхисточниковые сцены подтверждены на уровне порядка 10^-3.

Небольшие различия epsilon_sup между PHB, C2 и K<0 не используются как доказательство того, что PHB «более линейный». Линейность Максвелла является общей физикой. Результат доказывает, что калиброванные одноисточниковые PHB-отпечатки являются физически корректным прямым базисом для многоисточниковой инверсии в этой модели.

13. Воспроизводимый исследовательский диагностический тест многоисточниковой инверсии

Чтобы проверить, переходит ли благоприятная информационная геометрия PHB в преимущество обратной задачи при аппаратно осмысленной модели шума, по завершённому многоисточниковому набору заново выполнен отдельный детерминированный исследовательский тест. Словарь направлений содержит три независимо рассчитанных проверочных одноисточниковых отпечатка. Тестовое наблюдение — независимо рассчитанное прямое двухисточниковое поле. Кандидатные опоры с неизвестным числом источников K<=3 строятся последовательностью комплексного orthogonal matching pursuit и выбираются по критерию остаток плюс BIC-подобный штраф. Для всех геометрий используется один и тот же абсолютный комплексный гауссов шум sigma, определённый только по RMS четырёх калибровочных PHB-состояний при номинальных 10 дБ. Для каждой геометрии выполняется 10 000 реализаций с фиксированным seed 12345. Точный успех означает K=2 и правильную пару проверочных направлений.

Обратный диагностический тест использует общий абсолютный шум. Единственное комплексно-гауссово sigma определяется по RMS PHB-калибровки при номинальном

опорном SNR и затем без изменения применяется ко всем геометриям. Это принципиально отличается от принудительного выравнивания относительного SNR каждой поверхности, которое убрало бы физически значимые различия масштаба отклика. При интерпретации общего электронного шума более сильное и лучше разделённое состояние может дать реальное численное преимущество.

В каждом Monte-Carlo опыте зашумлённое наблюдение обрабатывается фиксированным разреженным декодером с неизвестным числом источников до трёх. Точный успех требует одновременно правильного числа источников и правильной угловой поддержки. В 10 000 опытах общая маска даёт 66.96% для PHB, 42.08% для C2 и 52.81% для K<0; при собственных масках — 96.56%, 74.04% и 66.93%. Неперекрывающиеся интервалы Wilson показывают, что Monte-Carlo неопределённость значительно меньше наблюдаемых различий в рамках этого фиксированного теста.

Это усиливающее гипотезу доказательство, а не универсальный benchmark. Словарь мал и частично интерполяционный, сцены лежат внутри тестируемой области, шум синтетический и гауссов, частота и поляризация фиксированы, а прямые многоисточниковые состояния доступны только на R34. Следующим уровнем должен быть заранее зарегистрированный off-grid тест с независимыми направлениями, неизвестным K, несколькими поляризациями/частотами и аппаратно калиброванными функциями датчиков.

На общей фиксированной 24-зонной маске точное восстановление составляет 66,96% для PHB, 42,08% для C2 и 52,81% для K<0. При собственных калибровочных 24-зонных масках PHB достигает 96,56% против 74,04% у C2 и 66,93% у K<0. Второй тест особенно важен, поскольку каждой поверхности предоставлен одинаковый бюджет и одинаковое право калибровочного выбора зон.

Для 10 000 реализаций 95%-ные биномиальные интервалы Уилсона составляют 66,03-67,88% (PHB), 41,12-43,05% (C2) и 51,83-53,79% (K<0) на общей маске; при собственных масках — соответственно 96,18-96,90%, 73,17-74,89% и 66,00-67,85%. Эти интервалы характеризуют статистическую неопределённость данного фиксированного post-hoc теста, но не снимают его исследовательский статус и не превращают его в заранее зарегистрированный критерий.

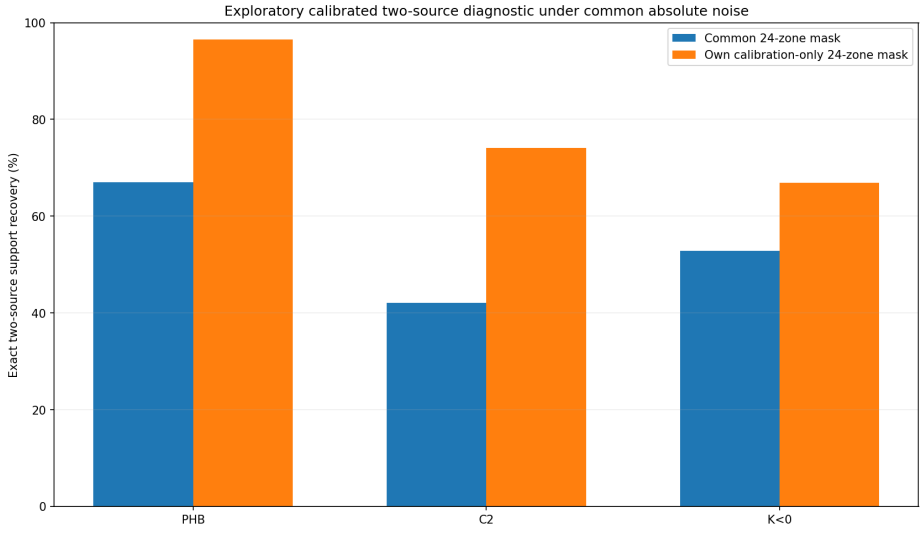

Рисунок 19. Воспроизводимый post-hoc MS2-тест при одном абсолютном шуме около 10 дБ, 10 000 реализаций на геометрию. PHB имеет наибольшую вероятность точного восстановления и на общей, и на собственных калибровочных масках.

Статистическая граница: Тест инверсии определён после просмотра кампании и является усилением гипотезы, а не заранее зафиксированной основной конечной точкой. Он не доказывает общую слепую off-grid локализацию с неизвестным числом источников. Следующий решающий тест должен заранее зафиксировать словарь, процедуру выбора K, ковариацию шума и критерий успеха до генерации независимых одновременных сцен.

14. Причинная интерпретация электромагнитных геометрических тестов

Причинные свидетельства в этой статье основаны только на описанном выше семействе электромагнитных приёмников. Точный PHB, равнообъёмные деформации C2, неконический контроль K<0 и деформация только рогов проверяются при согласованных условиях возбуждения и считывания. Сравнение показывает, что сохранения отрицательной гауссовой кривизны без точного конического закона недостаточно для воспроизведения информационной геометрии PHB, а достаточно сильное нарушение закона рогов способно ухудшать восстановление направления. Одновременно конечноволновой отклик не является монотонным при каждой малой деформации. Поэтому научно поддерживаемая интерпретация состоит в том, что точная фокальная структура PHB выступает организующим геометрическим ограничением для поля Максвелла, а не единственным посредником каждого наблюдаемого различия поля.

Явно рассматриваются три альтернативных объяснения. Во-первых, полезные отпечатки может создавать обычное кодирование полостью без какого-либо фокального закона. Контрольные полости действительно дают нетривиальные направленные состояния, поэтому generic multipath является частью физики; однако он не воспроизводит PHB-порядок в полном атласе и в равнобюджетных sparse-тестах. Во-вторых, механизмом может быть только отрицательная гауссова кривизна. Неконический контроль K<0 проверяет эту гипотезу и остаётся хуже по основным информационным метрикам. В-третьих, преимущество могла создать маска датчиков. Полный атлас и собственные маски существенно ослабляют это объяснение.

Не решённым остаётся вопрос посредничества. Изменение границы одновременно меняет порядок лучевых событий, длины путей, резонансный спектр, коэффициенты возбуждения, модальные перекрытия и локальную дискретизацию сетки. Поэтому текущие расчёты поддерживают интерпретацию «организация поля, направляемая фокальным законом»: точный закон присутствует только у PHB, а преимущества переживают несколько согласованных контролей. Но не доказано, что именно фокальная карта является единственным причинным посредником всех конечноволновых различий.

Более строгая будущая причинная проверка должна заранее зафиксировать несколько независимых семейств деформаций с согласованными бюджетами фокальной ошибки, сохранять равный объём и конструкцию стенки и зарегистрировать электромагнитные конечные показатели до получения новых полей. Такая программа позволит отделить эффекты, связанные с потерей точного фокального отображения, от общих изменений оптических путей, модальной связи и фазы рассеяния.

Независимые complex-field данные и отсутствие одномерного причинного закона

Независимые исследования полного комплексного поля вне финальной C004-многоисточниковой архитектуры также обнаруживали выраженные пространственно-фазовые различия PHB и C2. Это полезное подтверждение того, что различие не ограничено одной разрежённой маской датчиков. Однако тот же расширенный корпус отверг более сильную и простую гипотезу: конечноволновой Maxwell-отклик нельзя

сейчас представить как универсальную монотонную скалярную функцию коэффициента фокального сжатия или одной метрики ошибки фокального закона. В одном межгеометрическом аудите коэффициент Спирмена между выбранной фокальной метрикой и ln(PHB/C2) response ratio составлял лишь около 0,1, а точная PHB превосходила C2 только в 3 из 5 beta-случаев при заранее требуемых 4 из 5.

Этот отрицательный результат согласуется с немонотонной серией доз C2-деформации, приведённой выше. Точный лучевой закон следует интерпретировать как аналитическое организующее ограничение высокоразмерной электромагнитной краевой задачи, а не как единственный скалярный параметр усиления. Изменение границы одновременно меняет спектр резонансов, коэффициенты связи, фазы отражений, набор длин путей и модальное перекрытие. Имеющиеся данные поддерживают интерпретацию focal-law-guided field organization, но не закон вида «меньшая ошибка фокального закона -> больший Maxwell-отклик».

15. Единая физическая интерпретация: фокальный закон -> организация поля -> информационная геометрия -> многоисточниковая пеленгация

Доказательная логика является совокупной и не зависит от одного показателя. На геометрическом уровне только точный PHB сохраняет теоретическое фокальное сжатие на уровне численной точности в испытанном семействе. На конечноволновом уровне высокосеточные Maxwell-расчёты показывают больший абсолютный отклик PHB и в общем объёме, и в узкой near-R области во всех шести направлениях. На информационном уровне завершённый многоисточниковый набор состояний даёт PHB лучшее худшее комплексное разделение и обусловленность на общей системе, в полном атласе и даже после независимого выбора собственных зон каждой поверхностью. На уровне обобщения общая 24-зонная система имеет минимальную ошибку комплексной карты PHB во всех трёх независимых направлениях. На уровне многоисточниковой физики прямые двух- и трёхисточниковые Maxwell-поля воспроизводятся откалиброванной одноисточниковой суперпозицией с ошибкой порядка 10^-3. Наконец, воспроизводимый двухисточниковый тест при общем абсолютном шуме преобразует благоприятную геометрию PHB-состояний в большую вероятность точного восстановления в испытанной сцене.

Такая цепочка сильнее любого отдельного максимума поля или одного числа ошибки. Наиболее чистыми причинными сравнениями являются точный PHB и близкие гладкие равновобъёмные PHB-подобные деформации. Но изменение границы одновременно меняет длины оптических путей, модальную связь, фазу рассеяния и занятость сетки; поэтому расчёты поддерживают интерпретацию «организовано фокальным законом», но пока не изолируют лучевой закон как единственный физический посредник каждого ЭМ-различия.

Полную логику удобно представить как последовательность операторов. Аналитическая геометрия задаёт ограниченный лучевой транспорт T_G. Maxwell-распространение определяет частотно-зависимый оператор поля P_G(omega), действующий на падающую волну. Конечный приёмник применяет измерительную карту M и формирует s_G(Omega)=M P_G E_inc(Omega). Наконец, цифровая инверсия I восстанавливает разреженный набор источников из y=sum alpha_m s_G(Omega_m)+n. ГВИ — это целенаправленное совместное проектирование G и M так, чтобы многообразие состояний стало информативным ещё до применения I.

Такая формулировка задаёт и критерии опровержения. Если более тонкие сетки и эксперимент покажут, что после учёта калибровочной неопределённости PHB и согласованные контроли имеют неразличимую полно-полевую геометрию состояний,

гипотеза PHB-специфической организации поля будет отвергнута. Если прямые многоисточниковые поля не представляются калиброванным когерентным базисом, рушится прямая модель. Если аппаратные датчики уничтожают разделение из-за нагрузки и дрейфа, численное преимущество не переносится в устройство. Это проверяемые экспериментальные утверждения.

Уровень	Проверенный результат	Научная роль
Точная лучевая геометрия	p95 ошибка 2,23e-14° против многоградусных контролей	PHB-специфический геометрический организатор
R48 общий отклик	PHB выше обоих контролей 6/6; среднее +18,17% / +7,91%	специфичность конечноволнового отклика
R48 near-R	0,042251 против 0,035534 / 0,038934	организация поля около C0
Общий комплексный 24-зонный код	dmin=0,411992; sigma_min=0,171731; cond=11,0108	благоприятная локальная обратная геометрия
Полный атлас	dmin=0,422528; cond=8,929	эффект не является артефактом маски
Собственные маски	dmin=0,413672; cond=13,725 — лучшие	сохраняется при справедливом выборе датчиков
Независимая карта	PHB минимален в 3/3 тестах общей маски	локальная off-grid регулярность
Прямые MS2/MS3	epsilon=7,32e-4 / 1,04e-3	физическая многоисточниковая прямая модель
Post-hoc MS2	66,96% / 96,56% на общей / собственной маске	первичное преимущество обратной задачи
Независимый N_res=140 Maxwell-тест фокальной области	G_target 0,531148 против 0,234140 для C2; ширина 0,593305 против 1,170228	независимое конечноволновое подтверждение около C0
R48 одноисточниковый coarse decoder	равенство на общей маске; C2 номинально лучше на собственных масках	важная граница: PHB не лучшая по каждой метрике/декодеру

Совокупность данных поэтому намеренно не сводится к утверждению «PHB лучше всегда». Нормированная near-R концентрация немного выше у K<0, а простой одноисточниковый угловой декодер в части сравнений лучше для C2. Одновременно точная PHB предпочтительна по нескольким показателям, непосредственно связанным со структурой сохранённого поля: абсолютному incident-referenced отклику, полному атласу проективных расстояний и обусловленности, equal-budget own-mask информационной

геометрии, регулярности held-out направлений на общей маске и восстановлению нескольких источников при общем абсолютном шуме. Именно такое сочетание положительных и отрицательных результатов определяет реальную область PHB-specificity.

16. Предлагаемая физическая архитектура СВЧ-приёмника и реализация датчиков

Практический СВЧ-прототип должен воспроизводить однопортовую проводящую полость PHB-2, показанную на рисунке 6, включая круглое открытое входное окно, концепцию стенки постоянной нормальной толщины и то же нормированное размещение 24 измерительных зон. Наиболее близким аппаратным аналогом используемого численного измерительного оператора является система фазокогерентных датчиков электрического поля. В каждой станции идеальная полно-векторная реализация должна измерять три ортогональные компоненты Ex, Ey и Ez, формируя те же 72 комплексных канала, которые использует численная обратная модель. Только амплитудный детектор не эквивалентен проверенному complex-state приёмнику, поскольку направленный код намеренно содержит как относительную фазу, так и амплитуду.

Кандидатная станция может быть реализована с помощью электрически малых калиброванных СВЧ-зондов E-поля, например коротких монопольных/дипольных или компактных near-field E-зондов, ориентированных вдоль требуемых лабораторных осей. Каждый RF-канал должен подаваться на когерентный I/Q-приёмник с общей локальной гетеродинной или тактовой опорой, чтобы сохранялась межканальная фаза. Практическая цепочка имеет вид: открытая PHB-апертура -> преобразование поля полостью -> 24 зондовые станции -> малошумящие RF-тракты/понижающее преобразование -> когерентная оцифровка с общей опорой -> комплексная калибровка каналов -> 72-компонентный вектор состояния -> многоисточниковый обратный оцениватель. Конкретная конструкция зонда в настоящей работе экспериментально не подтверждена.

Аппаратное измерительное уравнение можно записать как v_jq(f)=H_jq(f)<E_q>_Vj+n_jq, где H_jq — комплексная передаточная функция зонда, фидера, кабеля и приёмного канала, а n_jq — шум приёмника. Следовательно, экспериментальная калибровка должна определять как |H_jq|, так и arg(H_jq) относительно общей фазовой опоры. Проникновение зондов, крепления, кабели и разъёмы будут возмущать поле полости и должны быть включены в будущую полно-волновую аппаратную модель. Станция с одной или двумя компонентами возможна только после новой калибровки и отдельной проверки характеристик; текущие результаты для 72 каналов нельзя автоматически переносить на сокращённый приёмник.

Численные зоны являются конечными объёмами, тогда как реальные СВЧ-зонды имеют конечную конструкцию и собственное пространственное ядро чувствительности. Поэтому физически консервативная цель проектирования — расположить чувствительные центры зондов в центрах архивных зон, удержать их чувствительный объём в пределах указанных зон, а затем заново откалибровать систему «полость+зонды». В Приложении C приведены точные пространственные границы всех 24 зон. Такое разделение не позволяет ошибочно представлять численный finite-volume оператор как уже спроектированную антенную решётку.

Поскольку расчёт нормирован, статья не приписывает исполненному прогону произвольную частоту в ГГц. Для иллюстративной реализации на 10 ГГц масштабирование Maxwell даёт ℓ0=c(4.1285714286)/(10 ГГц)=123.771 мм. Ниже приведены размеры, непосредственно масштабированные из исполненной геометрии; они не являются независимо оптимизированными механическими размерами.

Иллюстративное масштабирование на 10 ГГц	Физический размер
Единица длины ℓ0	123.771 мм
Диаметр открытого входа 2R_in	127.072 мм
Внутренняя осевая длина L-z_in	537.032 мм
Максимальный внутренний диаметр 2(R+a)	605.105 мм
Нормальное смещение PEC-стенки	14.853 мм
Численная измерительная оболочка 0.85R…R	204.567…240.667 мм
Численный осевой диапазон датчиков -a…+a	-61.886…61.886 мм

Подход отличается от обычной фазированной решётки тем, что информативная амплитудно-фазовая структура определяется не только свободнопространственной разностью хода между датчиками. В неё намеренно включается детерминированная картина многократных отражений и интерференции, создаваемая границей РНВ до оцифровки. Полость РНВ пассивна; активное усиление, смешение и оцифровка относятся к последующей электронике приёмника. Главный экспериментальный прогноз поэтому является сравнительным: при одинаковом падающем поле и общей калиброванной модели электронного шума точная РНВ должна сохранять одно или несколько проверенных преимуществ по масштабу отклика, разделимости комплексных состояний, обусловленности, регулярности на отложенных направлениях или восстановлению слабых источников относительно согласованных поверхностей с нарушенным фокальным законом.

16.1 Практическая архитектура датчиков

Лабораторный прототип должен сохранять межканальную фазовую когерентность. Наиболее прямой вариант — набор электрически малых зондов E-поля, чувствительные оси которых приближают лабораторные x, y и z. За каждым каналом следует стабильный RF-тракт и когерентное преобразование в I/Q. Общий гетеродин, единый тактовый генератор или эквивалентная VNA-подобная фазовая опора необходимы, чтобы фаза между физически разнесёнными каналами сохраняла смысл. Простое измерение мощности в 24 точках отбросит значительную часть информации, подтверждённой комплексным анализом.

Аппаратное измерение можно записать v=C s+n, где C — комплексная матрица каналов. В идеальном несвязанном приближении C диагональна и её элементы равны H_jq(f), но взаимная связь зондов, ошибки ориентации и кросс-ток кабелей создают недиагональные элементы. Поэтому корректная экспериментальная стратегия — не предполагать идеальные зонды, а измерить повторяемый полный передаточный оператор при калибровке и включить его в словарь отпечатков. Даже неидеальная система может быть полезной, если её преобразование стабильно и достаточно хорошо обусловлено.

16.2 СВЧ-масштабирование и изготовление

В PEC/недиспергирующем приближении Maxwell-задача масштабно-инвариантна. После выбора физической несущей f_phys все модельные длины масштабируются как l0=c f_model/f_phys. Это позволяет исследовать одну нормированную геометрию в разных СВЧ-диапазонах без изменения безразмерной задачи. В реальном устройстве конечная проводимость, шероховатость, размер зондов, разъёмов и дисперсия нарушают идеальную масштабную инвариантность. Поэтому приведённые размеры для 10 ГГц — механически понятная отправная точка, а не окончательная промышленная оптимизация.

Точность изготовления особенно важна в переходах рогов и у открытого обода, поскольку эти области влияют на фазы путей и связь с внешним полем. Экспериментальная программа должна включать метрологию внутренней поверхности, CAD-модель фактически изготовленной детали и повторную калибровку после разборки/сборки. Численная концепция нормальной толщины стенки задаёт естественную спецификацию, но швы и конечную проводимость следует включить в аппаратную full-wave модель.

16.3 Калибровка и рабочий цикл

Практический приёмник имеет две фазы. При калибровке известные источники сканируют сетку направлений, частот и поляризаций, а комплексный вектор каналов сохраняется для каждого состояния. Калибровка может выполняться в безэховой камере, на поворотном стенде или через контролируемую систему формирования дальней зоны. В рабочем режиме неизвестный вектор сравнивается с этим многообразием или раскладывается по нему. Дрейф можно отслеживать опорными каналами или периодической перекалибровкой. Поскольку преобразование поля полостью пассивно, активная сложность сосредоточена в когерентной электронике и цифровой инверсии.

Для нескольких источников критически важно сохранить общую фазовую конвенцию калибровки. Если разные калибровочные измерения имеют произвольные несвязанные фазы, когерентную суперпозицию использовать напрямую нельзя. Именно поэтому вычислительный протокол фиксирует начало фазы источника, а физическая система должна иметь общую временную/LO-опору. При выполнении этого условия один и тот же словарь в линейном диапазоне может представлять несколько одновременных источников через комплексную суперпозицию.

16.4 Возможные практические применения

Первый класс применений — компактная пеленгация там, где большая фазированная решётка нежелательна. Геометрически кодируемая полость потенциально обменивает простоту внешней апертуры на калиброванное многолучевое преобразование и сравнительно малое число когерентных точек считывания. Будет ли такой обмен выигрышным по габаритам, стоимости или полосе, остаётся инженерным вопросом, но текущая работа задаёт конкретный механизм для проверки.

Второй класс — локализация нескольких узкополосных передатчиков или источников помех при радиомониторинге и электромагнитной совместимости. Возможные сценарии: поиск одновременно работающих излучателей внутри лаборатории или промышленного объекта, локализация непреднамеренной RF-помехи около измерительной аппаратуры, разделение нескольких радиомаяков в калиброванном секторе. Данная статья подтверждает только фиксированную частоту, поэтому широкополосные источники требуют отдельного многочастотного продолжения.

Третий класс — радионавигация и локализация маяков на автономных или робототехнических платформах, когда присутствуют несколько известных или частично известных RF-источников. Компактный полостной энкодер может формировать характерный комплексный отпечаток без механического сканирования антенны. Для такого применения ещё требуется проверить рассеяние конструкцией платформы, движение, поляризационные изменения и внешнюю многолучёвость.

Четвёртый класс — научная измерительная аппаратура. Поскольку ГВИ трактует геометрию как аналоговый преобразователь поля, РНВ-приёмник может стать лабораторной платформой для изучения того, как аналитически заданная кривизна и фокальный транспорт меняют информационную геометрию Maxwell-поля. Такое применение ценно даже до появления конкурентоспособного коммерческого пеленгатора,

потому что позволяет причинно сравнивать точную поверхность и согласованные контроли.

Пятый потенциальный класс — пассивный RF-мониторинг в насыщенной электромагнитной обстановке, где важно не только направление сильнейшего источника, но и разделение нескольких одновременных сигналов. Прямые MS2/MS3 результаты относятся к этой цели, поскольку проверяют когерентный базис суперпозиции. Для практического применения потребуются существенно более широкий динамический диапазон, неизвестные формы сигналов, частотно-зависимая калибровка, коррелированные источники и прямое сравнение с обычными антенными решётками.

16.5 Экспериментальная дорожная карта

Консервативная последовательность следующая: (i) изготовить точный PHB и минимум один согласованный контроль с нарушенным фокальным законом; (ii) оснастить их одинаковыми когерентными зондами; (iii) выполнить камерную калибровку на заранее объявленной угловой сетке; (iv) измерить повторяемость одноисточниковых состояний и дрейф каналов; (v) повторить на реальных данных анализ проективного разделения и обусловленности; (vi) проверить независимые направления без изменения маски; (vii) подать два и три когерентных передатчика с независимо заданными амплитудами и фазами; и только затем (viii) провести слепую off-grid многоисточниковую пеленгацию в сравнении с обычной эталонной антенной системой. Такая последовательность повторяет логические уровни вычислительного доказательства и снижает риск подгонки эксперимента под желаемый результат.

17. Что подтверждено и что остаётся открытым

Доказательства следует понимать как ограниченную вычислительную proof-of-principle работу. Аналитический фокальный закон точен для заявленного семейства лучей. Конечноволновые преимущества являются численными наблюдениями для одной PHB-геометрии, ограниченного семейства согласованных контролей, одной основной нормированной частоты, одной лабораторно заданной поляризации и узких угловых областей. Прямая многоисточниковая модель проверена на R34, а её R48-повторение остаётся открытым. Обратный тест является исследовательским и post-hoc, хотя детерминирован и воспроизводим.

Ключевые открытые вопросы — широкополосность, поляризационное разнообразие, конечная проводимость и допуски изготовления, нагрузка датчиками, температурно-фазовый дрейф, off-grid восстановление, неизвестные формы сигналов и экспериментальная повторяемость. Это не второстепенные детали: именно они определяют, сохранится ли вычислительное информационное преимущество в физическом приёмнике. Ценность текущей работы в том, что теперь эти вопросы привязаны к конкретной воспроизводимой геометрии и набору количественных критериев.

Статус	Научное утверждение

Статус	Научное утверждение
Подтверждено аналитически	Рога PHB после вращения имеют два внешних кольцевых фокуса и указанный точный ограниченный меридиональный закон фокального сжатия.
Проверено численно на высокой сетке	PHB с нормальным смещением стенки формирует воспроизводимый зависящий от направления отклик Максвелла и превосходит два основных контроля по общему и узкому near-R абсолютному отклику во всех 6 направлениях.
Проверено в 29-случайной многоисточниковой серии	Завершённая серия 29-случайная многоисточниковая проверка 29/29 показывает лидирующее у PHB разделение/обусловленность на общей маске, в полном атласе и после независимого калибровочного выбора датчиков.
Проверено на независимых направлениях	На опубликованном фиксированном общей 24-зонной-приёмнике PHB имеет минимальную ошибку комплексной карты во всех 3/3 независимых направлениях.
Прямо проверено для одновременных источников	Физические MS2 и MS3 Maxwell/FDTD поля совпадают с калиброванной одноисточниковой суперпозицией с ошибкой около 10^-3.
Положительный исследовательский результат	Воспроизводимый 10 000-реализационный MS2-тест при одном абсолютном шуме около 10 дБ даёт наибольшее точное восстановление для PHB.
Пока не подтверждено	Общая слепая off-grid инверсия с неизвестным числом источников, прямое R48-повторение MS2/MS3, широкоугольная/широкополосная/поляризационная обобщаемость, аппаратные функции датчиков, реальный эксперимент и универсальное превосходство над всеми альтернативными кодирующими апертурами.
Важный отрицательный сравнительный результат	Простой R48 baseline по одноисточниковой MAE не устанавливает превосходство PHB: на общей маске результаты равны на уровне сетки, а при geometry-specific calibration-only масках C2 номинально лучше.
Независимое Maxwell-подтверждение	Отдельный осесимметричный расчёт N_res=140 показывает более сильное и более узкое PHB-перераспределение в целевой области относительно C2; это подтверждение, а не теорема усиления.

18. Заключение и фиксация приоритета

В этой работе геометрическая волновая инженерия представлена через конкретную электромагнитную измерительную архитектуру: аналитически заданная граница PHB-2 используется как пассивный аналоговый процессор, преобразующий направление падения в структурированное комплексное пространственное поле до цифровой инверсии. Определяющей особенностью является не многолучёвость полости сама по себе, а

целенаправленное использование поверхности с двумя внешними кольцевыми фокусами и точным ограниченным фокально-транспортным законом для задания внутренней измерительной структуры.

Наиболее сильные свидетельства специфичности PHB образуют совокупную цепочку. Только точный PHB сохраняет теоретически заданное фокальное сжатие внутри испытанного семейства контролей. В независимых конечноволновых расчётах он даёт больший отклик относительно падающего поля как в общем объёме, так и в near-R транспортной области, более сильное худшее разделение комплексных состояний, лучшую обусловленность как разреженного, так и полного считывания и наименьшую ошибку комплексной карты на опубликованной общей системе для всех трёх независимых направлений. Эти преимущества сохраняются в тесте равного бюджета, где каждая геометрия самостоятельно выбирает свои калибровочные зоны. Прямые двух- и трёхисточниковые Maxwell-сцены дополнительно подтверждают, что откалиброванные одноисточниковые состояния образуют физически корректный когерентный базис при одновременном облучении, а исследовательский тест обратной задачи при едином абсолютном шуме даёт наибольшую точность восстановления для PHB в испытанной двухисточниковой сцене.

Полученные результаты поддерживают вычислительную фиксацию способа пассивной многоисточниковой электромагнитной пеленгации PHB, направляемого фокальным законом, и одновременно дают конкретное научное представление принципа ГВИ: аналитически заданная геометрия может инженерно формировать не только перенос энергии, но и информационную геометрию волнового поля. Следующими решающими проверками являются высокосеточное повторение прямых многоисточниковых сцен, заранее зарегистрированный независимый blind off-grid тест, широкополосные и поляризационные исследования, калиброванная модель датчиков и приёмного тракта и физический фазокогерентный прототип. Главный фальсифицируемый прогноз состоит в том, что изготовленный точный PHB-приёмник сохранит измеримые преимущества хотя бы по части проверенных полевых и информационных показателей относительно согласованных контролей с нарушенным фокальным законом при одинаковом внешнем сигнале и одинаковом абсолютном шуме приёмника.

Полный корпус одновременно задаёт границы утверждения. PHB не является универсальным победителем по каждому скалярному показателю: нормированная near-R концентрация не уникально максимальна для PHB, а простой R48 одноисточниковый angular decoder может отдавать преимущество C2. Эти отрицательные сравнения сохранены открыто. Вывод о PHB-specificity опирается вместо этого на согласование независимых свидетельств на уровне поля и информации: абсолютный отклик, полный атлас комплексных состояний, equal-budget sparse sensing, held-out regularity, независимое перераспределение в фокальной области и многоисточниковое восстановление при общем абсолютном шуме.

В более широком смысле работа предлагает исследовательскую программу, а не готовый антенный продукт. Вопрос программы: можно ли аналитическую геометрию поверхности использовать для инженерии информационного содержания волнового поля так же целенаправленно, как обычная электродинамика проектирует импеданс, диаграмму направленности или резонанс. PHB-2 является чистой первой платформой, поскольку сочетает точный ограниченный лучевой закон, конечную трёхмерную полость и измеримые комплексные поля. Набор независимых признаков — абсолютный отклик, near-R отклик, проективное разделение, сингулярная обусловленность, полноатласная проверка, held-out регулярность и многоисточниковое восстановление — оправдывает

продолжение проверки PHB-специфического поведения внутри протестированного контрольного семейства.

Наиболее сильным следующим результатом будет не ещё одна метрика постобработки тех же данных, а независимый когерентный СВЧ-эксперимент. В нём точный PHB и согласованные поверхности с нарушенным фокальным законом должны быть изготовлены, откалиброваны одинаковой аппаратурой и проверены на заранее зарегистрированных одно- и многоисточниковых сценах. Успех или неуспех такого эксперимента прямо определит, какая часть вычислительной концепции ГВИ переносится в физический пеленгатор.

Литература

[1] Yurduseven O., Gowda V. R., Gollub J. N., Smith D. R. Printed Aperiodic Cavity for Computational and Microwave Imaging. IEEE Microwave and Wireless Components Letters 26 (2016) 367-369. DOI: 10.1109/LMWC.2016.2548443.

[2] Hoang T. V. et al. Spatial diversity improvement in frequency-diverse computational imaging with a multi-port antenna. Results in Physics 22 (2021) 103906. DOI: 10.1016/j.rinp.2021.103906.

[3] Abbasi M. A. B. et al. Machine learning-assisted lens-loaded cavity response optimization for improved direction-of-arrival estimation. Scientific Reports 12 (2022) 8511. DOI: 10.1038/s41598-022-12011-z.

[4] del Hougne P., Imani M. F., Fink M., Smith D. R., Lerosey G. Precise Localization of Multiple Noncooperative Objects in a Disordered Cavity by Wave Front Shaping. Physical Review Letters 121 (2018) 063901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.063901.

[5] Dupre M., del Hougne P., Fink M., Lemoult F., Lerosey G. Wave-Field Shaping in Cavities: Waves Trapped in a Box with Controllable Boundaries. Physical Review Letters 115 (2015) 017701. DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.017701.

[6] Rashidi-Ranjbar E. et al. Frequency-diverse aperture imaging using an open cavity with a rough base. IET Microwaves, Antennas & Propagation (2024). DOI: 10.1049/mia2.12535.

[7] Yurduseven O., Abbasi M. A. B., Fromenteze T., Fusco V. Frequency-Diverse Computational Direction of Arrival Estimation Technique. Scientific Reports 9 (2019) 16704. DOI: 10.1038/s41598-019-53363-3.

[8] Hoang T. V., Fusco V., Abbasi M. A. B., Yurduseven O. Single-pixel polarimetric direction of arrival estimation using programmable coding metasurface aperture. Scientific Reports 11 (2021) 23830. DOI: 10.1038/s41598-021-03228-5.

[9] Oskooi A. F. et al. MEEP: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method. Computer Physics Communications 181 (2010) 687-702. DOI: 10.1016/j.cpc.2009.11.008.

[10] Khaustov V. Focal-Transport Ray Law in Pseudohyperboloidal Cavities with Variable Negative Gaussian Curvature: Exact Focal Contraction, Event-Order Transport, Skew-Ray Unfolding, and Finite-Wavelength Computational Tests. Scientific preprint, 2026. https://doi.org/10.5281/zenodo.21969312

Приложение A. Сводная таблица численных результатов

Показатель	PHB	C2	K<0
общая маска min d_proj	0,411992	0,280613	0,291894
общая маска min амплитудное разделение	0,268768	0,186534	0,181444
общая маска sigma_min	0,171731	0,11917	0,143044
общая маска число обусловленности	11,0108	15,9551	13,3139
полный атлас min d_proj	0,422528	0,297119	0,280785
полный атлас число обусловленности	8,9288	13,3803	13,8782
собственные маски min d_proj	0,413672	0,242647	0,245242
собственные маски число обусловленности	13,7251	26,7225	16,7286
средняя ошибка независимой карты, общая маска	0,085287	0,106583	0,117146
ошибка прямой MS2 суперпозиции	0,000731984	0,000838361	0,000733818
ошибка прямой MS3 суперпозиции	0,00103813	0,00119316	0,00104729
post-hoc MS2, общая маска	66,96%	42,08%	52,81%
post-hoc MS2, собственные маски	96,56%	74,04%	66,93%
средний absolute response в собственном объёме	0,98741	0,83568	0,89918
средняя нормированная near-R концентрация G	0,6323	0,6297	0,6401
одноисточниковая MAE, собственная calibration-only маска	0,22654	0,0477	0,1727
одноисточниковая MAE, общая focal-zone маска	0,134512	0,047702	0,220403

Приложение B. Параметры прямых многоисточниковых сцен

Сцена	Направление	Относительная амплитуда	Уровень	Относительная фаза
MS2/MS3, источник 1	(9,25°, -6,5°)	1,0	0 дБ	0 рад
MS2/MS3, источник 2	(10,75°, +6,5°)	0,2511886	-12 дБ	1,1 рад

Сцена	Направление	Относительная амплитуда	Уровень	Относительная фаза
MS3, источник 3	(10,25°, -0,5°)	0,1	-20 дБ	2,0 рад

Приложение C. Точные физические границы фиксированного общего 24-зонного приёмника

Все 24 зоны занимают один радиальный слой 0,85R<=rho<=R. Таблица расшифровывает опубликованную конечно-объёмную маску в физические осевые и азимутальные интервалы. Азимуты соответствуют лабораторной системе координат решателя. Внутренний индекс сохранён только как ключ воспроизводимости.

Индекс	rho_min/R	rho_max/R	z_min/a	z_max/a	азимут, град
900	0.85	1.00	-1.0	-0.6	-180 - -170
908	0.85	1.00	-1.0	-0.6	-100 - -90
927	0.85	1.00	-1.0	-0.6	90 - 100
935	0.85	1.00	-1.0	-0.6	170 - 180
944	0.85	1.00	-0.6	-0.2	-100 - -90
952	0.85	1.00	-0.6	-0.2	-20 - -10
955	0.85	1.00	-0.6	-0.2	10 - 20
963	0.85	1.00	-0.6	-0.2	90 - 100
976	0.85	1.00	-0.2	0.2	-140 - -130
988	0.85	1.00	-0.2	0.2	-20 - -10
991	0.85	1.00	-0.2	0.2	10 - 20
1003	0.85	1.00	-0.2	0.2	130 - 140
1010	0.85	1.00	0.2	0.6	-160 - -150
1014	0.85	1.00	0.2	0.6	-120 - -110
1037	0.85	1.00	0.2	0.6	110 - 120
1041	0.85	1.00	0.2	0.6	150 - 160
1045	0.85	1.00	0.6	1.0	-170 - -160
1050	0.85	1.00	0.6	1.0	-120 - -110
1054	0.85	1.00	0.6	1.0	-80 - -70
1057	0.85	1.00	0.6	1.0	-50 - -40
1066	0.85	1.00	0.6	1.0	40 - 50
1069	0.85	1.00	0.6	1.0	70 - 80
1073	0.85	1.00	0.6	1.0	110 - 120
1078	0.85	1.00	0.6	1.0	160 - 170