Геометрическая волновая инженерия

Псевдоповерхности переменной отрицательной Гауссовой кривизны

Геометрическая основа программируемого управления волнами

Хаустов Владимир Игоревич

ORCID: 0009-0007-3657-2309

Лаборатория геометрической волновой инженерии https://vihrihaosa.ru/

Лицензия: CC BY 4.0

Дата публикации: 2 мая 2026 года

DOI: 10.5281/zenodo.19983291

Научно-технический перевод с английского языка.

Редакция, адаптированная для русскоязычного инженера-исследователя.

Оригинал: Khaustov, V. Geometric Wave Engineering: Pseudo-Surfaces of Variable Negative Gaussian Curvature as a Geometric Basis for Programmable Wave Control. https://doi.org/10.5281/zenodo.19983291

Аннотация

В статье геометрическая волновая инженерия (ГВИ, GWE) представлена как предлагаемое направление проектирования, в котором макроскопическая геометрия волновой области рассматривается как независимый управляющий параметр наряду со свойствами материала, граничными условиями и возбуждением. Основными геометрическими объектами служат псевдоповерхности переменной отрицательной гауссовой кривизны, формируемые на основе гиперболических, параболических и эллиптических профилей (псевдогиперболоиды, псевдопараболоиды и псевдоэллипсоиды). Наиболее подробно разработана конструкция псевдогиперболоида высшего порядка, основанная на рекурсивном правиле для интервалов и операции Merge, которая формирует общий внутренний объём без искусственных соединительных отрезков. Псевдопараболоиды и псевдоэллипсоиды распространяют тот же конструктивный принцип на другие образующие. Помимо геометрических и вычислительных построений, для всех трёх семейств псевдоповерхностей уже выполнены многочисленные исследования методом стохастической трассировки лучей. Не приводя здесь подробных численных данных, отметим, что эти исследования качественно подтверждают многие из критериев верификации C1–C8 и указывают на значительные возможности управления волнами различной физической природы в широких частотных диапазонах в рамках предлагаемой ГВИ. Настоящий препринт посвящён определениям, правилам построения, характерным иллюстрациям, функциональным зонам и краткой программе верификации.

Ключевые слова

Геометрическая волновая инженерия; псевдоповерхность; псевдогиперболоид; псевдопараболоид; псевдоэллипсоид; переменная отрицательная гауссова кривизна; операция Merge; программируемое управление волнами; удержание волн; локализованные кольцевые состояния.

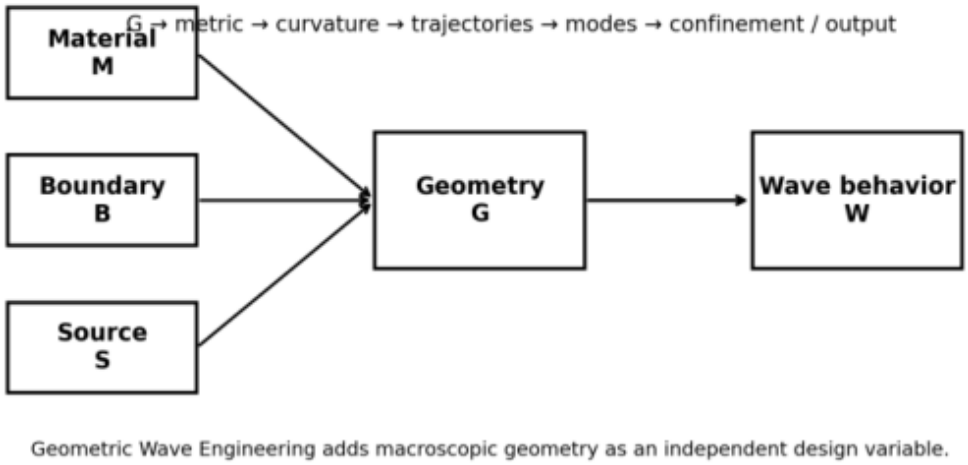

Рисунок 1. Геометрическая волновая инженерия как расширение классической триады «материал — граница — источник».

Содержание

Аннотация 2
1. Введение 4
2. Псевдоповерхности переменной отрицательной гауссовой кривизны 4
3. Три основных семейства образующих 4
4. Рекурсивное построение и операция Merge 5
5. Расчётные данные и текущий статус верификации 6
6. Функциональные зоны и инженерная интерпретация 6
7. Программа верификации C1–C8 8
8. Области применения и перспективы 8
9. Заключение 9
Литература 9

1. Введение

Управление волнами — одна из центральных задач оптики, акустики, радиотехники, СВЧ-систем, эластодинамики и квантовой волновой механики. В классических инженерных подходах обычно используются три основные проектные переменные: свойства материала, граничные условия и возбуждение. В настоящей работе обосновывается положение о том, что сама макроскопическая геометрия может выступать четвёртой независимой проектной переменной.

В геометрической волновой инженерии геометрия рассматривается не как пассивная оболочка, а как программируемый фактор, способный влиять на траектории, организацию мод, области локализации, каналы утечки и управляемый вывод излучения. В символической форме наблюдаемое волновое поведение можно записать как W = F(M, B, S, G), где G обозначает геометрию. Особое внимание в предлагаемой программе уделяется последовательности: G → метрика → кривизна → траектории → моды → удержание / вывод.

Цель статьи не состоит в утверждении, что уже получено полное универсальное доказательство для всех волновых процессов. Задача сформулирована точнее: ввести воспроизводимый класс псевдоповерхностей и показать, что он образует целостную геометрическую платформу для систематических исследований в области волновой инженерии.

2. Псевдоповерхности переменной отрицательной гауссовой кривизны

Под псевдоповерхностью здесь понимается поверхность вращения, образованная специально сконструированным профилем конического сечения. Её регулярная рабочая область представляет собой подмножество, на котором поверхность гладкая и гауссова кривизна K определена. Псевдоповерхностью переменной отрицательной гауссовой кривизны называется поверхность, для которой существует непустое открытое регулярное подмножество, где $K < 0$ и K не является постоянной.

Исследуемое геометрическое семейство включает три основных класса: псевдогиперболоиды, псевдопараболоиды и псевдоэллипсоиды. Их объединяет не единая локальная формула, а общий принцип построения: аналитически заданная образующая, рекурсивное или рядное расширение до более высоких порядков и операция Merge для внутреннего объёма.

3. Три основных семейства образующих

Псевдогиперболоиды строятся на основе открытых ветвей гиперболы. Для вертикального типа второго порядка радиальная координата образующей задаётся формулой $\rho(|x|) = R - b\sqrt{((|x|/a)^2 - 1)}$, где $a \le |x| \le L$ и $L = a\sqrt{(1 + (R/b)^2)}$.

Псевдопараболоиды формируются из двух зеркально отражённых параболических ветвей. Для вертикального типа второго порядка расстояние образующей задаётся формулой $d(|x|) = R - 2\sqrt{(f|x|)}$. На рисунке 3 параболическая образующая показана для h = 0.

Псевдоэллипсоиды формируются из двух четвертей эллиптических дуг. Для показанного здесь вертикального типа использованы характерные параметры a = 1, K = 1,5, h1 = 0 и h = 0, причём R = b + h и b = aK. На рисунке 3 представлены как образующие, так и реальные двумерные сечения вертикальных псевдоповерхностей второго порядка, полученные вычислительными скриптами.

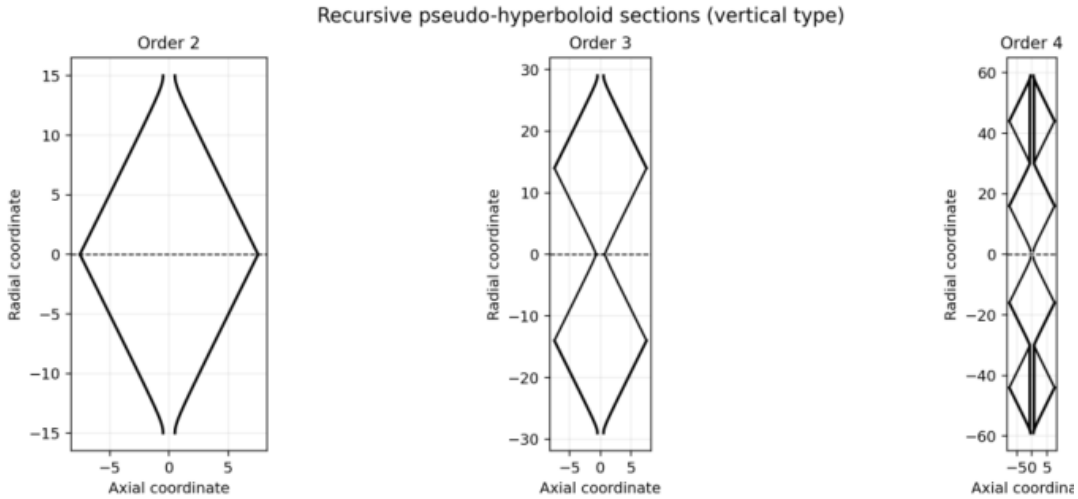

Рисунок 2. Сечения вертикальных псевдогиперболоидов порядков 2–4, иллюстрирующие рекурсивное развитие и формирование общего объёма посредством операции Merge.

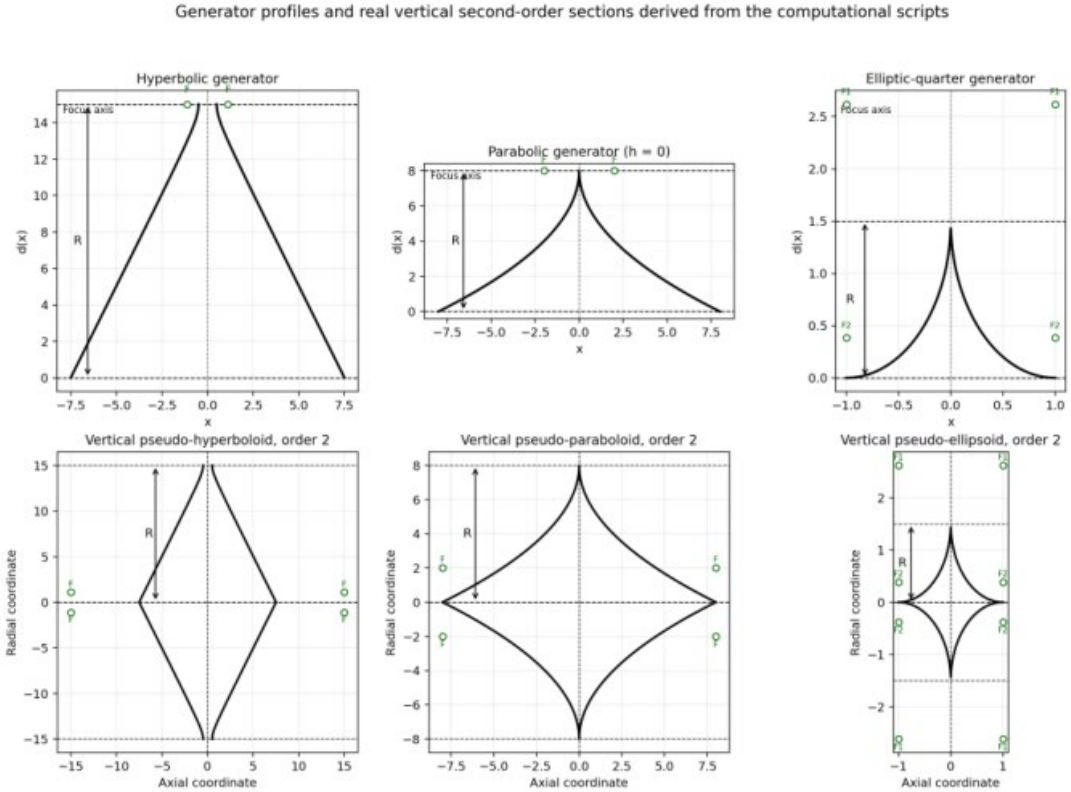

Рисунок 3. Верхний ряд: три основные образующие со вспомогательными линиями, фокусами и параметром R. Нижний ряд: реальные двумерные сечения вертикальных псевдоповерхностей второго порядка для трёх семейств, построенные вычислительными скриптами.

4. Рекурсивное построение и операция Merge

Для псевдогиперболоидов высших порядков правило построения можно записать в виде $B_2 = \{d\}$ и $B_{k+1} = \{R_k + r, R_k - r : r \in B_k\}$. Формальное число ветвей составляет $N_n = 2^{(n-2)}$. Однако

физический внутренний объём нельзя описать лишь перечнем ветвей. При каждом значении осевой координаты необходимо рассматривать интервалы и объединять пересекающиеся либо соприкасающиеся интервалы, получая общий внутренний объём.

Операция Merge имеет принципиальное значение. Она не устраняет исходную образующую геометрию как таковую, а исключает лишь повторное представление перекрывающихся областей в конечном общем объёме. Разделённые компоненты должны оставаться разделёнными; при построении недопустимо вводить искусственные прямолинейные соединительные участки. Тот же конструктивный принцип применяется к параболическим и эллиптическим семействам.

5. Расчётные данные и текущий статус верификации

Геометрические определения подкреплены конкретными скриптами Python для рядных псевдогиперболоидов, псевдопараболоидов и псевдоэллипсоидов. Эти скрипты формируют исходные профили, сечения второго и более высоких порядков, трёхмерные поверхности вращения, рядные конфигурации и общие внутренние объёмы, полученные с помощью операции Merge.

Помимо собственно геометрических построений, автор уже выполнил обширные стохастические эксперименты по трассировке лучей для всех трёх семейств псевдоповерхностей. Подробное изложение численных результатов выходит за рамки настоящей статьи, однако накопленные данные качественно подтверждают многие критерии последовательной программы проверки C1–C8. В частности, они указывают на устойчивые области локализации, управляемую циркуляцию, структурированный характер вывода и нетривиальные возможности управления волнами, связанные с рассматриваемыми геометриями.

Таким образом, в настоящей статье ГВИ представлена не как завершённая замкнутая теория, а как активно развивающееся научное направление, опирающееся на строго заданную геометрию, вычислительные построения и уже действующую программу верификации.

6. Функциональные зоны и инженерная интерпретация

Псевдоповерхности естественным образом содержат фокальные геометрические места, кольцевые зоны, экваториальные области, горловины, полярные области, окна вывода, области перекрытия и переходы Merge. Прежде всего это геометрические зоны; их волновые функции подлежат проверке расчётом или экспериментом. Вместе с тем такие зоны дают удобный понятийный аппарат для описания возможной геометрической организации локализации, циркуляции, задержки, управляемого вывода и связи между внутренними областями.

Основная инженерная гипотеза состоит в том, что распределённая переменная отрицательная кривизна в сочетании с рекурсивной или рядной топологией способна создавать возможности управления волнами, которые труднодостижимы в более традиционных простых резонаторных полостях.

Таблица 2. Функциональные зоны

Зона	Значение	Интерпретация для волновой инженерии
Фокальное геометрическое	Область фокуса,	Потенциальная область локализации или

место	связанная с образующей	концентрации траекторий
Кольцо / экватор	Замкнутая кольцевая область	Циркуляция, кольцевые состояния, управляемый вывод
Горловина / переход	Топологически критический проход	Задержка, связь, управление утечками
Переход Merge	Объединение перекрывающихся интервалов	Формирование общего объёма без дублирующих стенок

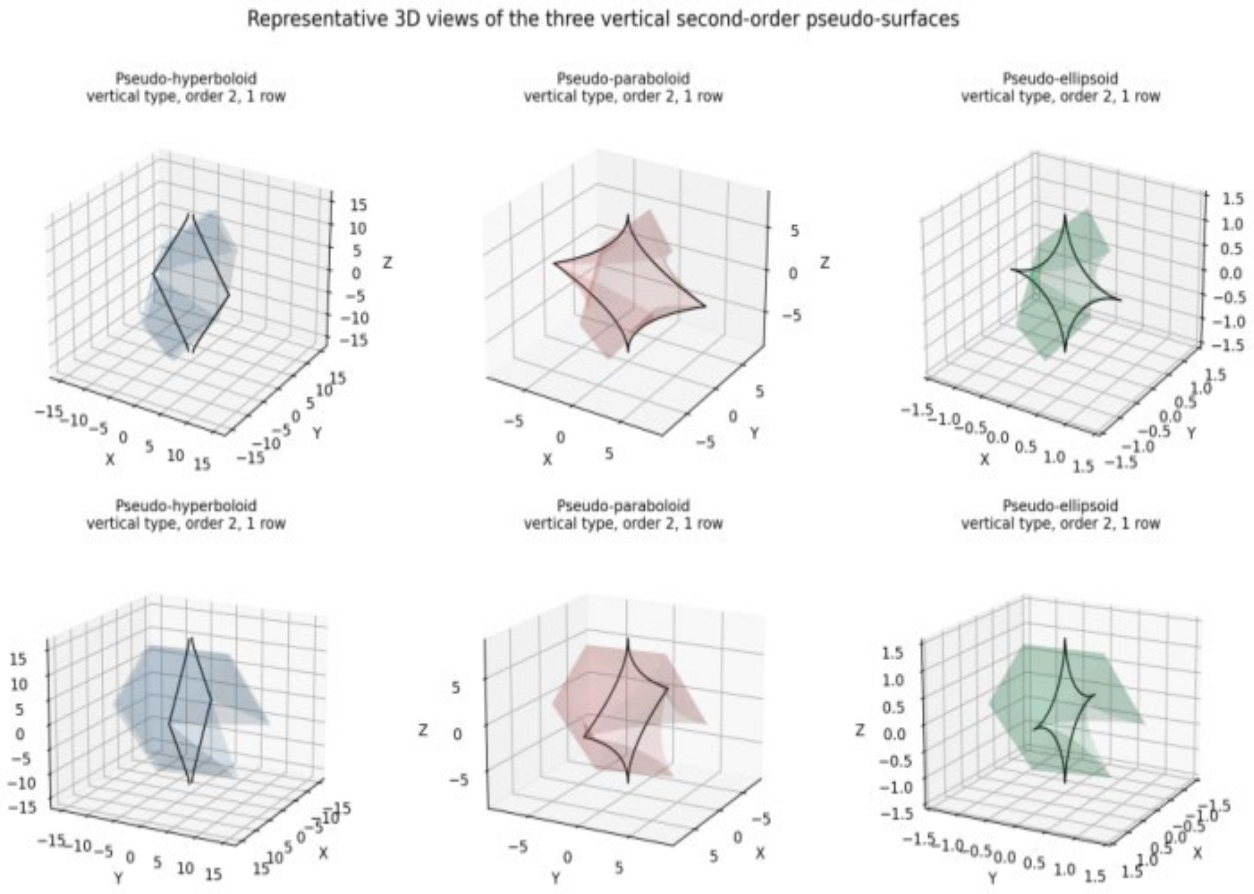

Рисунок 4. Характерные трёхмерные изображения трёх вертикальных псевдоповерхностей второго порядка. Для каждого семейства показаны два ракурса.

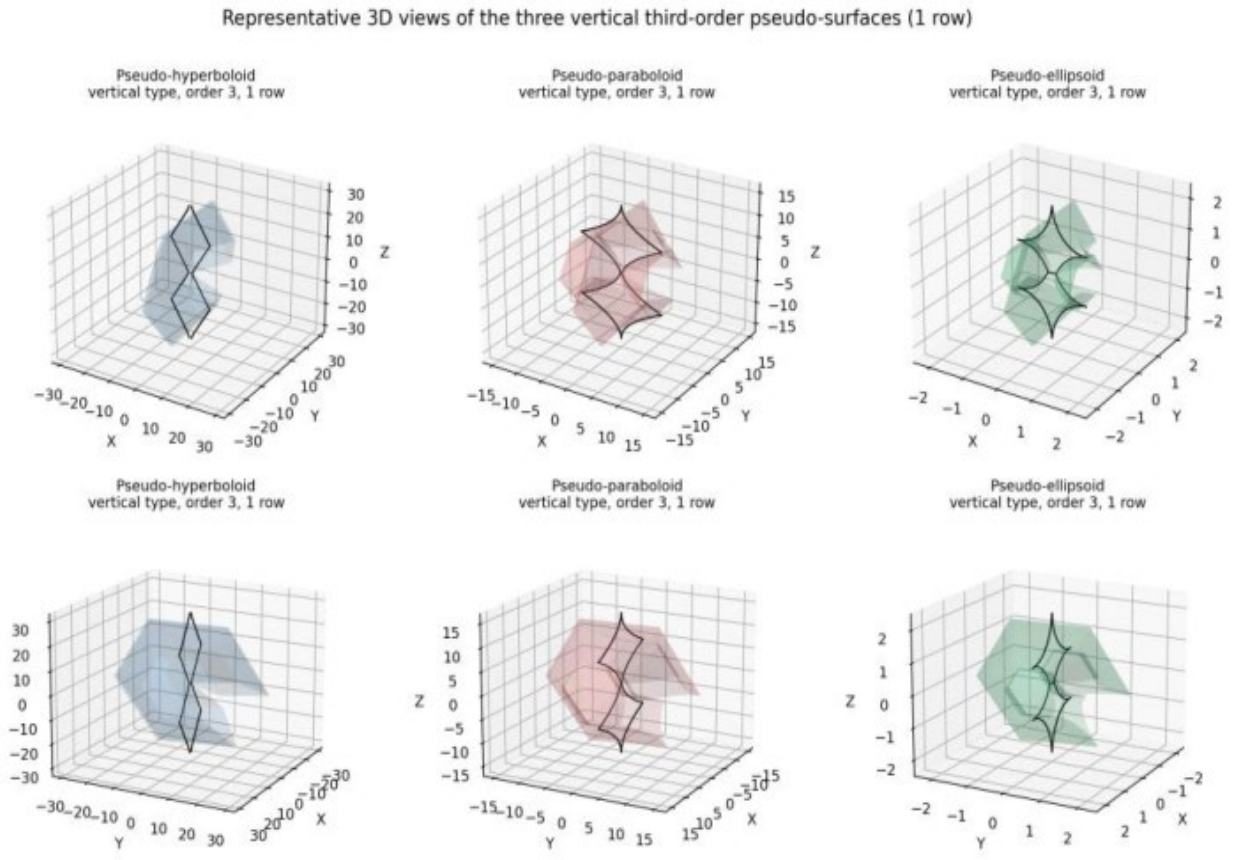

Рисунок 5. Характерные трёхмерные изображения трёх вертикальных псевдоповерхностей третьего порядка (один ряд). Для каждого семейства показаны два ракурса.

7. Программа верификации C1–C8

Предлагаемая последовательность верификации включает восемь критериев: C1 (геометрия и воспроизводимость), C2 (области локализации или аттракторов), C3 (спектральные окна), C4 (баланс удержания и вывода), C5 (направленный вывод), C6 (масштабные закономерности), C7 (переносимость между физическими типами волн) и C8 (робастность).

На текущем этапе критерий C1 непосредственно установлен аналитическими определениями и скриптами. Значительная часть критериев C2–C8 уже получила качественное подтверждение в исследованиях методом стохастической трассировки лучей для всех трёх семейств псевдоповерхностей. Эти результаты следует представить во всей полноте численных и экспериментальных данных в отдельных публикациях.

8. Области применения и перспективы

К потенциальным областям применения относятся открытые резонаторы, концентраторы волновой энергии, селекторы мод, структуры задержки, излучатели с заданной пространственной структурой, акустические полости и волноводные области для многозонного управления. Непосредственная практическая ценность подхода на основе псевдоповерхностей заключается в параметризации геометрии: a, b, R, f, K, h1, смещения, число рядов и их перекрытие могут использоваться как проектные переменные.

Наиболее реалистичный следующий этап — согласованная программа лучевых расчётов, моделирования на основе уравнений Гельмгольца и Максвелла, а также акустических расчётов с последующим изготовлением опытных образцов и сравнением с классическими полостями сопоставимого масштаба.

9. Заключение

Геометрическая волновая инженерия предлагается в настоящей работе как новое научно-инженерное направление, в котором геометрия становится основным программируемым фактором управления волнами. Псевдогиперболоиды, псевдопараболоиды и псевдоэллипсоиды образуют первое целостное семейство псевдоповерхностей, лежащее в основе этой программы.

Сочетание аналитически заданных образующих, рекурсивного построения высших порядков, формирования общего объёма посредством операции Merge и растущего массива данных стохастической трассировки лучей указывает на то, что эти геометрии заслуживают систематического внимания исследователей во всём мире. Настоящая статья призвана стать краткой общедоступной основой данной программы.

Литература

[1] Khaustov, V. Pseudohyperboloids of Higher Order with a Merge Operation: A Geometric Basis for Programmable Wave Confinement. Zenodo preprint, 30 April 2026. DOI: 10.5281/zenodo.19926174.

[2] Khaustov, V. Geometric Wave Engineering of Ring Localized States in Open Pseudohyperbolic Cavities. Zenodo preprint, 1 May 2026. DOI: 10.5281/zenodo.19944381.

[3] Vahala, K. J. Optical microcavities. Nature 424, 839–846 (2003).

[4] Noeckel, J. U. & Stone, A. D. Ray and wave chaos in asymmetric resonant optical cavities. Nature 385, 45–47 (1997).

[5] Cao, H. & Wiersig, J. Dielectric microcavities: model systems for wave chaos and non-Hermitian physics. Rev. Mod. Phys. 87, 61–111 (2015).

[6] Joannopoulos, J. D. et al. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton University Press (2008).

[7] Pendry, J. B., Schurig, D. & Smith, D. R. Controlling electromagnetic fields. Science 312, 1780–1782 (2006).

[8] Leonhardt, U. Optical conformal mapping. Science 312, 1777–1780 (2006).

[9] Hsu, C. W. et al. Bound states in the continuum. Nat. Rev. Mater. 1, 16048 (2016).

[10] da Costa, R. C. T. Quantum mechanics of a constrained particle. Phys. Rev. A 23, 1982–1987 (1981).

[11] Jackson, J. D. Classical Electrodynamics, 3rd ed. Wiley (1999).